Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXIV, No.3, 2014
www.icp.az/2014/3-10.pdf

УДК 517.977

К.Б. МАНСИМОВ, А.Я. ДЖАББАРОВА

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЕ ТИПА РОССЕРА

Рассматривается одна дискретно-непрерывная задача оптимального управления системами типа Россера. Получены необходимые условия оптимальности.

Ключевые слова: дискретно-непрерывная система, уравнение типа Россера, необходимое условие оптимальности, линеаризованная система, функция Гамильтона-Понтрягина.

1. Введение. В работах [1-3] Т. Качзореком была введена линейная дискретно-непрерывная система уравнений, представляющая собой аналог дискретной системы типа Россера, и изучен ряд задач управления, описываемых подобными системами уравнений. В предлагаемой же работе доказаны необходимые условия оптимальности первого порядка в задаче управления, описываемой нелинейной дискретно-непрерывной системой типа Россера. Доказан аналог дискретного условия максимума. В случае выпуклости области управления установлено необходимое условие оптимальности в форме линеаризованного условия максимума. Выведен аналог уравнения Эйлера.

Заметим, что различные аспекты дискретных систем Россера и связанные с ними задачи оптимального управления были исследованы в работах [4; 5, с. 49-66; 6, с. 74-89; 7, с. 127-135; 8, с. 235-241] и др.

2. Постановка задачи. Допустим, что управляемый процесс описывается системой нелинейных уравнений

$$
\begin{gathered}
z_t(t,x) = f(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x)),\\
t \in T = [t_0,t_1], \quad x = x_0, x_0+1, \dots, x_1,
\end{gathered} \tag{2.1}
$$

$$
y(t,x+1) = g(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x)),\ t \in T = [t_0,t_1],\ x \in X = \{x : x = x_0, x_0+1, \dots, x_1-1\}
$$

с краевыми условиями

$$
\begin{gathered}
z(t_0,x) = a(x), \quad x \in X \cup x_1,\\
y(t,x_0) = b(t), \quad t \in T = [t_0,t_1].
\end{gathered} \tag{2.2}
$$

Здесь $a(x)$ – заданная n-мерная дискретная вектор-функция, $b(t)$ – заданная m-мерная непрерывная вектор-функция, t_0, t_1, x_0, x_1 – заданы, причем разность $x_0 - x_1$ – есть натуральное число, $f(t,x,z,y,u)$ $(g(t,x,z,y,u))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,y), $u(t,x)$ – r-мерный вектор управляющих воздействий который кусочно-непрерывный по $t \in T$ (с конечным числом точек разрыва первого рода) при всех $x \in X$ и дискретный по $x \in X \cup x_1$ при всех $t \in T$, а U заданное непустое и ограниченное множество.

Если управляющая функция $u(t,x)$ с вышеприведенными свойствами удовлетворяет ограничению

$$
u(t,x) \in U \subset R^r, \quad (t,x) \in T \times X \cup x_1, \tag{2.3}
$$

то такую управляющую функцию назовем допустимым управлением.

Задача заключается в минимизации функционала

$$S(u)=\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\varphi_1\left(x,z(t_1,x)\right)+\int_{t_0}^{t_1}\varphi_2\left(t,y(t,x_1)\right)dt \tag{2.4}$$

при ограничениях (2.1)-(2.3).

Здесь $\varphi_1(x,z)$ $\left(\varphi_2(t,y)\right)$ - заданная скалярная функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по z (y).

Допустимое управление $u(t,x)$, доставляющее минимум функционалу (2.4) при ограничениях (2.1)-(2.3), назовем оптимальным управлением.

Перейдем к выводу необходимых условий оптимальности.

3. Принцип максимума. Пусть $u(t,x)$ - фиксированное допустимое управление, а $\left(z(t,x),\ y(t,x)\right)$ – решение краевой задачи (2.1)-(2.2), соответствующее управлению $u(t,x)$, $\varepsilon\in[0,1]-$ произвольное число, а $v(t,x)-$ произвольное допустимое управление.

Предположим, что множество

$$\left\{\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} f\left(t,x,z(t,x),y(t,x),v\right)\\ g\left(t,x,z(t,x),y(t,x),v\right)\end{pmatrix}: v\in U\right\} \tag{3.1}$$

выпукло при всех $(t,x)\in T\times X$.

Рассмотрим возмущенную систему

$$\begin{aligned} z_t(t,x;\varepsilon)= f\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x;\varepsilon)\right)\equiv \varepsilon\left[f\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),v(t,x)\right)-\right.\\ \left.-f\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x)\right)\right]+f\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x)\right),\\ y(t,x+1)=g\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x;\varepsilon)\right)\equiv\varepsilon\left[g\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),v(t,x)\right)-\right.\\ \left.-g\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x)\right)\right]+g\left(t,x,z(t,x;\varepsilon),y(t,x;\varepsilon),u(t,x)\right)\end{aligned} \tag{3.2}$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} z(t_0,x;\varepsilon)=a(x), \quad x\in X\cup x_1,\\ y(t,x_0;\varepsilon)=b(t), \quad t\in T. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Это возможно в силу выпуклости множества (3.1).

Положим

$$\ell(t,x)=\left.\frac{\partial z(t,x;\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0}; \qquad m(t,x)=\left.\frac{\partial y(t,x;\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0}.$$

При помощи (3.2) в силу гладкости правых частей системы (2.1) получаем, что $\ell(t,x)$ и $m(t,x)$ являются решениями следующей линеаризованной системы:

$$\ell_t(t,x)=\frac{\partial f(t,x)}{\partial z}\ell(t,x)+\frac{\partial f(t,x)}{\partial y}m(t,x)+\Delta_{v(t,x)}f(t,x), \tag{3.4}$$

$$m(t+1,x)=\frac{\partial g(t,x)}{\partial z}\ell(t,x)+\frac{\partial g(t,x)}{\partial y}m(t,x)+\Delta_{v(t,x)}g(t,x), \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} \ell(t_0,x)=0, \quad x\in X\cup x_1,\\ m(t,x_0)=0, \quad t\in T. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Здесь и в дальнейшем по определению

$$\frac{\partial f(t,x)}{\partial z}\equiv\frac{\partial f\left(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x)\right)}{\partial z},$$

$$\frac{\partial f(t,x)}{\partial y} \equiv \frac{\partial f(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x))}{\partial y},$$
$$\frac{\partial g(t,x)}{\partial z} \equiv \frac{\partial g(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x))}{\partial z},$$
$$\frac{\partial g(t,x)}{\partial y} \equiv \frac{\partial g(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x))}{\partial y},$$
$$\Delta_{v(t,x)} f(t,x) \equiv f(t,x,z(t,x),y(t,x),v(t,x)) - f(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x)),$$
$$\Delta_{v(t,x)} g(t,x) \equiv g(t,x,z(t,x),y(t,x),v(t,x)) - g(t,x,z(t,x),y(t,x),u(t,x)).$$

Введем функцию Гамильтона-Понтрягина

$$H(t,x,z,y,u,p,q) = p' f(t,x,z,y,u) + q' g(t,x,z,y,u).$$

Здесь $p = p(t,x)$ и $q = q(t,x)$ пока неизвестные вектор-функции.

Вычислим специальное приращение критерия качества. Имеем:

$$\Delta S(u(t,x)) = S(u(t,x;\varepsilon)) - S(u(t,x)) = \varepsilon \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \frac{\partial \varphi_1'(z(t_1,x))}{\partial z} \ell(t_1,x) + $$
$$+ \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \varphi_2'(y(t,x_1))}{\partial y} m(t,x_1)dt + o(\varepsilon). \tag{3.7}$$

Умножая обе части соотношения (3.4) ((3.5)) слева скалярно на $p(t,x)$ $(q(t,x))$, а затем, интегрируя (суммируя) обе части полученных соотношений по t (x) от t_0 (x_0) до t_1 (x_1-1), имеем

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} p'(t,x)\ell_t(t,x)dt =$$
$$= \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \left[p'(t,x)\frac{\partial f(t,x)}{\partial z}\ell(t,x) + p'(t,x)\frac{\partial f(t,x)}{\partial y} m(t,x) + p'(t,x)\Delta_{v(t,x)} f(t,x) \right] dt, \tag{3.8}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} q'(t,x)m(t,x+1)dt =$$
$$= \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \left[q'(t,x)\frac{\partial g(t,x)}{\partial z}\ell(t,x) + q'(t,x)\frac{\partial g(t,x)}{\partial y} m(t,x) + q'(t,x)\Delta_{v(t,x)} g(t,x) \right] dt. \tag{3.9}$$

Учитывая вид функции Гамильтона-Понтрягина и тождества (3.8), (3.9), специальное приращение (3.7) функционала качества (2.4) записывается в виде

$$\Delta S_\varepsilon(u(t,x)) = \varepsilon \left[\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \frac{\partial \varphi_1'(x, z(t_1,x))}{\partial z} \ell(t_1,x) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \varphi_2'(t, y(t,x_1))}{\partial y} m(t,x_1)dt \right] -$$
$$- \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} p'(t,x)\ell_t(t,x)dt - \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} q'(t,x)m(t,x+1)dt - \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1} \Delta_{v(t,x)} H(t,x)dt - \tag{3.10}$$
$$- \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \left[H_z'(t,x)\ell(t,x) + H_y'(t,x)m(t,x) \right] dt + o(\varepsilon).$$

Справедливы тождества

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} p'(t,x)\ell_t(t,x)dt = \sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[p'(t_1,x)\ell(t_1,x) - p'(t_0,x)\ell(t_0,x)\right] - \int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} p_t'(t,x)\ell(t,x)dt,$$

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} q'(t,x)m(t,x+1)dt = \int_{t_0}^{t_1}\left[q'(t,x_1-1)m(t,x_1) - q'(t,x_0)m(t,x_0)\right]dt -$$

$$-\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} q'(t,x-1)m(t,x)dt.$$

С учетом этих тождеств из (3.10) получим

$$\Delta S_\varepsilon(u(t,x)) = \varepsilon\left[\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial\varphi_1'(x,z(t_1,x))}{\partial z}\ell(t_1,x) + \int_{t_0}^{t_1}\frac{\partial\varphi_2'(t,z(t,x_1))}{\partial y}m(t,x_1)dt\right] -$$

$$-\varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1} H_z'(t,x)\ell(t,x)dt + \varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1} p'(t_1,x)\ell(t_1,x) - \varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} p_t'(t,x)\ell(t,x)dt + \tag{3.11}$$

$$+\varepsilon\int_{t_0}^{t_1} q'(t,x_1-1)m(t,x_1)dt - \varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} q'(t,x-1)m(t,x)dt - \varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} H_y'(t,x)m(t,x)dt -$$

$$-\varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(t,x)}H(t,x)dt + o(\varepsilon).$$

Если предположить, что $p(t,x)$, $q(t,x)$ удовлетворяют соотношениям

$$p_t(t,x) = -H_z(t,x),$$

$$q(t,x-1) = H_y(t,x), \tag{3.12}$$

$$p(t_1,x) = -\frac{\partial\varphi_1'(x,z(t_1,x))}{\partial z},$$

$$q(t,x_1-1) = -\frac{\partial\varphi_2'(t,y(t,x_1))}{\partial y}, \tag{3.13}$$

то разложение (3.11) примет вид

$$\Delta S_\varepsilon(u(t,x)) = -\varepsilon\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(t,x)}H(t,x)dt + o(\varepsilon). \tag{3.14}$$

Краевую задачу (3.12)-(3.13) назовем сопряженной системой в задаче оптимального управления (2.1)-(2.4).

Из разложения (3.14) в силу произвольности $\varepsilon \in [0,1]$ следует

Теорема 3.1. При сделанных предположениях для оптимальности допустимого управления $u(t,x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы неравенство

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(t,x)}H(t,x)dt \le 0 \tag{3.15}$$

выполнялось для всех $v(t,x)\in U$, $t\in T$, $x\in X$.

Неравенство (3.15) представляет собой аналог принципа максимума Понтрягина для рассматриваемой задачи.

Из теоремы 3.1 следуют следующие следствия

Следствие 3.1. При выполнении условий теоремы 3.1 для оптимальности допустимого управления $u(t,x)$ необходимо, чтобы неравенство

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta_{w(x)} H(\theta, x) \le 0$$

выполнялось для всех $\theta \in [t_0, t_1)$, и $w(x) \in U$, $x \in X$.

Следствие 3.2. При выполнении условий теоремы 3.1 для оптимальности допустимого управления $u(t,x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы неравенство

$$\int_{t_0}^{t_1} \Delta_{w(t)} H(t, \xi) dt \le 0 \tag{3.16}$$

выполнялось для всех $v(t) \in U$, $t \in T$ и $\xi \in X$.

4. Линеаризованное условие максимума. Теперь предположим, что множество U выпуклое, а $f(t,x,z,y,u)$ $(g(t,x,z,y,u))$ непрерывна по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,y,u).

Пусть $\mu \in [0,1]-$ произвольное число, $v(t,x) \in U$, $(t,x) \in T \times X$ – произвольное допустимое управление. "Возмущенное" управление определим по формуле

$$u(t,x;\,\mu) = u(t,x) + \mu[v(t,x) - u(t,x)]. \tag{4.1}$$

Через $(z(t,x;\,\mu),\, y(t,x;\,\mu))$ обозначим решение краевой задачи (2.1)-(2.2), соответствующее возмущенному управлению (4.1).

Лемма 4.1. Для $(z(t,x;\,\mu),\, y(t,x;\,\mu))$ имеет место разложение

$$z(t,x;\,\mu) = z(t,x) + \mu\alpha(t,x) + o(\mu;\,t,x), \tag{4.2}$$

$$y(t,x;\,\mu) = y(t,x) + \mu\beta(t,x) + o(\mu;\,t,x). \tag{4.3}$$

Здесь $(\alpha(t,x),\, \beta(t,x))$ является решением краевой задачи

$$\alpha_t(t,x) = f_z(t,x)\alpha(t,x) + f_y(t,x)\beta(t,x) + f_u(t,x)[v(t,x) - u(t,x)], \tag{4.4}$$

$$\beta(t,x+1) = g_z(t,x)\alpha(t,x) + g_y(t,x)\beta(t,x) + g_u(t,x)[v(t,x) - u(t,x)],$$

$$\alpha(t_0,x) = 0, \quad x \in X \cup x_1,$$

$$\beta(t,x_0) = 0, \quad t \in T. \tag{4.5}$$

Используя разложения (4.2), (4.3) доказывается, что

$$S(u(t,x;\mu)) - S(u(t,x)) = -\mu \int_{t_0}^{t_1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} H'_u(t,x)(v(t,x) - u(t,x))dt + o(\mu). \tag{4.6}$$

При помощи (4.6) доказывается

Теорема 4.1. Если множество U выпуклое, то для оптимальности допустимого управления $u(t,x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы неравенство

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \int_{t_0}^{t_1} H'_u(t,x)(v(t,x) - u(t,x))dt \le 0 \tag{4.7}$$

выполнялось для всех $v(t,x) \in U$, $t \in T$, $x \in X$.

Неравенство (4.7) есть аналог линеаризованного условия максимума. Из него тоже можно получить следствия подобные следствиям 3.1 и 3.2.

5. Аналог уравнения Эйлера. Предположим, что множество U открытое, $f(t,x,z,y,u)$ $\left(g(t,x,z,y,u)\right)$ непрерывно по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,y,u).

Пусть ε – достаточно малое по абсолютной величине число, а $\delta u(t,x)\in R^r$, $(t,x)\in T\times X$ – произвольная ограниченная и кусочно-непрерывная по $t\in T$ при всех $x\in X\cup x_1$ r-мерная вектор-функция, которую по аналогии, например, [9, с. 53-58; 10, с. 33-35] будем называть допустимой вариацией управления $u(t,x)$.

Через $u(t,x;\,\varepsilon)=u(t,x)+\varepsilon\,\delta u(t,x)$ обозначим "возмущенное" управление. Пусть $\left(z(t,x;\,\varepsilon),\, y(t,x;\,\varepsilon)\right)$ есть решение задачи (2.1)-(2.2), соответствующее возмущенному управлению $\bar{u}(t,x;\,\varepsilon)=u(t,x)+\varepsilon\,\delta u(t,x)$.

Предположим, что $\left(\delta z(t,x),\, \delta y(t,x)\right)$ является решением задачи

$$\delta z_t(t,x)= f_z(t,x)\delta z(t,x)+ f_y(t,x)\delta y(t,x)+ f_u(t,x)\delta u(t,x), \tag{5.1}$$

$$\delta y(t,x+1)= g_z(t,x)\delta z(t,x)+ g_y(t,x)\delta y(t,x)+ g_u(t,x)\delta u(t,x),$$

$$\delta z(t_0,x)=0, \quad x\in X\cup x_1,$$

$$\delta y(t,x_0)=0, \quad t\in T. \tag{5.2}$$

Систему (5.1)-(5.2), следуя [9, с. 52-58], назовем уравнением в вариациях для рассматриваемой задачи.

Лемма 5.1. При сделанных предположениях справедливы разложения

$$z(t,x;\,\varepsilon)= z(t,x)+\varepsilon\,\delta z(t,x)+o(\varepsilon;\,t,x), \tag{5.3}$$

$$y(t,x;\,\varepsilon)= y(t,x)+\varepsilon\,\delta y(t,x)+o(\varepsilon;\,t,x).$$

При помощи разложений (5.3) доказывается, что первая вариация функционала (2.4) имеет вид

$$\delta^1 S(u:\delta u)=-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\int_{t_0}^{t_1} H_u'(t,x)\delta u(t,x)dt\ . \tag{5.4}$$

С учетом (5.4) в силу произвольности $\delta u(t,x)$ доказывается

Теорема 5.1. Если множество U открытое, то для оптимальности допустимого управления $u(t,x)$ необходимо, чтобы соотношение

$$H_u(\theta,\xi)=0 \tag{5.5}$$

выполнялось для всех $(\theta,\xi)\in T\times X$.

Соотношение (5.5) является аналогом уравнения Эйлера (см. напр. [11, с. 253-254]).

5. Заключение. В работе изучается задача оптимального управления, описываемая дискретно непрерывной 2D системой типа Россера. Доказан аналог дискретного условия максимума Понтрягина. Отдельно изучены случаи выпуклой и открытой областей управлений и выведены соответствующие необходимые условия оптимальности.

Литература

1. Kaczorek T. Positive 2D hybrid linear systems // Bulletin of the Polish Academy of Science. Technical sciences, 2007, vol.55. № 4. pp. 351-358.

2. Kaczorek T., Marchenko V., Sajewski L.Solvability of 2D hybrid linear systems-comparison of three different methods // Acta mechanica et automaica. 2008, vol. 2, №2, pp. 59-66.
3. Kaczorek T. Stability of continuous discrete linear systems described by the general model // Bulletin of the Polish Academy of Science. Technical sciences. 2011, Vol. 59. №2, pp. 189-193.
4. Roesser R.P. A discrete state-space model for linear image processing // IEEE Trans. Autom. Conttrol. 1975, v. AC-20, № 2, pp. 1-10.
5. Гайшун И.В. Многопараметрические системы управления. Мн: Наука и техника, 1996, 199 с.
6. Дымков М.П. Экстремальные задачи в многопараметрических системах управления. Мн. БГЭУ. 2005, 363 с.
7. Блюмин С.Л., Фараджев Р.Г. Линейные клеточные машины: подход пространства состояний // Автоматика и телемеханика, 1982, № 2, с. 125-163.
8. Кротов В.Ф. и др. Оптимальное управление. М. Высшая школа. 1990, 430 с.
9. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука, 1973, 256 с.
10. Мансимов К.Б. Особые оптимальные управления в системах с запаздыванием. Баку, «Елм». 1999, 176 с.
11. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимизации. Мн. Изд-во БГУ, 1981, 350 с.

UOT 517.977.52

K.B. Mənsimov, A.Y. Cabbarova. Rosser tipli bir hibrid sistemdə optimallıq üçün zəruri şərtlər.

Məqalədə Rosser tipli sistemlərlə bir diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Açar sözlər: diskret-kəsilməz sistem, Rosser tipli tənlik, optimallıq üçün zəruri şərt, xəttiləşdirilmiş sistem, Hamilton-Pontryagin funksiyası

K.B. Mansimov, A.Y. Jabbarova. Necessary optimality conditions in one hybrid Roesser type system.

In this paper, on optimal control problem described with Roesser type hybrid systems is considered. First order necessary optimality conditions are proved.

Keywords: discrete-continuous system, Roesser type equation, necessary condition for optimality, lineariezed systems, Hamilton-Pontryagin functions

Институт кибернетики НАНА
Бакинский государственный университет
Представлено 28.11.13