Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXIV, No.3, 2014
www.icp.az/2014/3-17.pdf

UOT 519.852.6

K.Ş. MƏMMƏDOV, A.H. MƏMMƏDOVA

VERİLƏNLƏRİ İNTERVALLAR OLAN BUL PROQRAMLAŞDIRMASI MƏSƏLƏSİNİN SUBOPTİMİST VƏ SUBPESSİMİST HƏLLƏRİNİN QURULMASI ÜSULLARI

İşdə əmsalları tamədədli intervallar şəklində verilən Bul proqramlaşdırması məsələsi üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmişdir. Məsələnin iqtisadi interpretasiyasına əsaslanaraq, onun suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması üçün bir alqoritm işlənmişdir.Alınmış bu həllərin uyğun olaraq optimist və pessimist həllərdən olan xətasını qiymətləndirmək üçün Laqranj tipli funksiya qurulmuşdur və geniş hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

Açar sözlər: verilənləri intervallar olan Bul proqramlaşdırması məsələsi, optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həllər, Laqranj funksiyası, hesablama eksperimentləri.

1.Giriş. Aşağıdakı kimi məsələyə baxırıq:

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j \rightarrow max \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j \leq [\underline{b}_i,\overline{b}_i], \qquad i=\overline{1,m}, \tag{1.2}$$

$$x_j = 0 \vee 1 \qquad j=\overline{1,n} \quad . \tag{1.3}$$

Burada fərz edirik ki, $\underline{c}_j,\overline{c}_j,\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij},\underline{b}_i,\overline{b}_i$ $(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n})$ verilmiş mənfi olmayan tam ədədlərdir.(1.1)-(1.3) məsələsinə verilənləri intervallar olan Bul proqramlaşdırması məsələsi deyilir.

(1.1)-(1.3) məsələsi 1980-cı ildən başlayaraq müxtəlif müəlliflər tərəfindən intensiv şəkildə tədqiq olunurlar [1-12 və s.]. Həmin işlərdə əmsalları müxtəlif siniflərdən olan ya birməhdudiyyətli $(m=1)$, ya da çoxməhdudiyyətli həm Bul proqramlaşdırması [1,4,5,8,9-16], həm də tamədədli proqramlaşdırma məsələləri [3,5,6,7] tətqiq olunmuşdur. Qeyd edək ki, [1-12] işlərində baxılan (1.1)-(1.3) tipli məsələlərdə verilənlər ya qeyri-dəqiq, ya da müəyyən sinifdən olan Bul və ya tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin həll alqoritmləri müxtəlif strategiyalar seçməklə işlənmişdir. Həmin strategiyalar əsasən aşağıdakılardır.

I) Məsələdə yalnız (1.1) funksiyasının əmsalları müəyyən sinifdən olur və həll zamanı həmin sinifdən hər hansı ədədlər seçilib qeyd olunur. Aydındır ki, bu zaman kifayət qədər çoxlu variantlar ola bilər.

II) (1.1) funksiyası əvəzinə çoxsaylı funksiyalar götürülür. Əlbəttə, bu funksiyaların sayı kifayət qədər çox ola bilər.

III) Həm (1.1) funksiyasının, həm də (1.2) sisteminin əmsalları müəyyən sinifdən olur. Bu halda həll prosesi zamanı həmin siniflərdən olan konkret ədədlər qeyd olunur.

IV) Məsələdə optimist və ya pessimist (konservativ) strategiyalar seçilir və bu strategiyalar əsasında məsələ araşdırılaraq həll üsulları təklif olunur.

Bu məsələdə təbii şərt kimi hər bir $i(i=\overline{1,m})$ üçün

$$\sum_{j=1}^{n}\underline{a}_{ij} > \overline{b}_i \ , \ i=\overline{1,m}$$

bərabərsizliyi ödənilməlidir. Əksinə, bütün $i(i=\overline{1,m})$üçün bu şərt ödənilmədikdə $X=(1,1,\dots,1)$ vektoru (1.2) bərabərsizliklər sistemini ödəyər və bu (1.1)-(1.3) məsələsinin optimal həlli olar. Digər tərəfdən əgər müəyyən i_* nömrəsi üçün

$$\sum_{j=1}^{n}\overline{a}_{i_*j} \le \underline{b}_{i_*}$$

olsa həmin i_* nömrəli bərabərsizliyi (1.2) sistemindən çıxarmaq lazımdır. Çünki o məhdudiyyət təşkil etmir.

Biz bu işdə (1.1)-(1.3) məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üçün bir üsul vermişik. (Optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları aşağıda veriləcəkdir). Bu üsul (1.1)-(1.3) məsələsinin aşağıdakı iqtisadi interpretasiyasına əsaslanır.

2.Məsələnin qoyuluşu. Tutaq ki, verilmiş n dənə obyektdən hər biri istifadə etmək üçün ya seçilməli, ya da seçilməməlidir. Əgər müəyyən $j_*(j\epsilon\{1,2,\dots,n\})$ nömrəli obyektdən istifadə olunmalıdırsa, onda $\left[\underline{c}_{j_*},\overline{c}_{j_*}\right]$ $(j\epsilon\{1,2,\dots,n\})$ intervalındakı ədədlər qədər gəlir (mənfəət, qazanc, effekt və s.) əldə oluna bilər. Bu zaman $\left[\underline{a}_{ij_*},\overline{a}_{ij_*}\right]$ $(i=\overline{1,m})$ intervalındakı tam ədədlər qədər xərc çəkilməlidir (vəsait, resurs və s. sərf olunmalıdır). Fərz edək ki, verilmiş obyektlərin istifadəsi üçün seçilməsinə $\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right]$ intervalındakı tam ədədlər qədər vəsait (resurs, xərc və s.) ayrılmışdır. Təbii olaraq biz elə obyektləri istifadə etmək üçün seçməliyik ki, onlara çəkilən ümumi xərc uyğun olaraq $\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right]$ intervalındakı tam ədədlərdən böyük olmasın və eyni zamanda əldə olunan ümumi gəlir(mənfəət, qazanc, effekt və s.) maksimal olsun.

Aydındır ki, hər bir , j $(j=\overline{1,n})$ üçün

$$x_j=\begin{cases}1, \textit{əgər } j-ci \textit{ obyekt seçilərsə},\\ 0, \qquad\qquad \textit{əks halda}\end{cases}$$

məchulları daxil etməklə, bu məsələnin riyazi modeli (1.1)-(1.3) şəklində alınar. Qeyd edək ki, (1.1)-(1.3) məsələsi məlum Bul proqramlaşdırılması məsələsinin ümumiləşmiş forması olduğundan bu məsələ də NP – tam sinfindəndir, yəni “çətin həll olunan” məsələlər sinfinə aiddir. Ona görə də (1.1)-(1.3) məsələsi üçün müxtəlif həll anlayışları (mümkün həll, optimal həll, optimist həll, pessimist həll, suboptimist həll, subpessimist həll və s.) verib, onların həll alqoritmləri işlənməlidir.

3. Üsulun nəzəri əsaslandırılması. Əvvəlcə (1.1)-(1.3) məsələsinə nəzərən aşağıdakı anlayışları verək.

Tərif 1. (1.1)-(1.3) məsələsinin mümkün həlli elə n ölçülü ikilik $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ vektoruna deyilir ki, $\forall\, a_{ij}\in\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]$, $\forall\, b_i\in\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right]$, $(i=\overline{1,m}\,;\ j=\overline{1,n})$ tam ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j \le b_i\,, \qquad (i=\overline{1,m})$$

şərtləri ödənilsin.

Bu tərifdən sonra qeyd etmək lazımdır ki, məlum Bul proqramlaşdırması məsələsindən fərqli olaraq (1.1)-(1.3) məsələsində optimal həll, optimal qiymət və s. anlayışları yeni məna daşımalıdır. Belə ki, (1.2) sisteminin ödənilməsi üçün müəyyən intervallar cəminin qeyd olunmuş intervaldan böyük olmaması və bu zaman (1.1) funksiyasına görə uyğun intervallar cəminin ən böyük və yaxud mümkün qədər böyük olması kimi yeni anlayışlar verməliyik. Bu məqsədlə biz aşağıdakı tərifləri də veririk.

Tərif 2. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^o=(x_1^o,x_2^o,\dots,x_n^o)$ mümkün həllinə o zaman optimist həll deyəcəyik ki,

$$f^o = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o$$

ədədi maksimal (ən böyük) olsun. f^o ədədinə (1.1) - (1.3) məsələsinin optimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 3. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ mümkün həllinə o zaman pessimist həll deyəcəyik ki,

$$f^p = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

ədədi maksimal (ən böyük) olsun. f^p ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin pessimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 4. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ mümkün həllinə o zaman suboptimist həlli deyəcəyik ki,

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so}$$

ədədi müəyyən bir kriteriyaya görə maksimal qiymət alsın. f^{so} ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin suboptimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 5. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ mümkün həllinə o zaman subpessimist həlli deyəcəyik ki,

$$f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

ədədi müəyyən bir kriteriyaya görə maksimal qiymət alsın. f^{sp} ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin subpessimist qiyməti deyəcəyik.

(1.1)-(1.3) məsələsinin yuxarıdakı iqtisadi interpretasiyasını nəzərə alsaq, əgər j –ci obyekt seçilərsə, onda $[\underline{c}_j, \overline{c}_j]$- intervalındakı tam ədədlər qədər gəlir əldə olunar, lakin uyğun olaraq $[\underline{a}_{1j}, \overline{a}_{1j}]$, $[\underline{a}_{2j}, \overline{a}_{2j}]$, ..., $[\underline{a}_{mj}, \overline{a}_{mj}]$ intervallarındakı tam ədədlər qədər xərc çəkilməlidir.Bu zaman vahid xərcə düşən gəlir hər bir j –ci obyekt üçün ən azı

$$\min_i \frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]} = \frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{\max_i [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]}, \quad j = \overline{1,n} \tag{3.1}$$

kəmiyyətləri qədər olar. Bu münasibətə əsaslanaraq [3] işinə uyğun olaraq biz iki strategiya seçmişik – optimist və ya pessimist.

Optimist strategiyaya görə elə j_* nömrəsi seçib $x_{j_*}^{so} = 1$ qəbul etməliyik ki,

$$j_* = arg \max_j \frac{\overline{c}_j}{\max_i \underline{a}_{ij}} \tag{3.2}$$

olsun.

Pessimist strategiyaya görə isə j_* nömrəsi

$$j_* = arg \max_j \frac{\underline{c}_j}{\max_i \overline{a}_{ij}} \tag{3.3}$$

münasibətindən tapılmaqla $x_j^p := 1$ qəbul edilməlidir. Bu zaman (3.2), (3.3) kriteriyaları ilə qurulan həllərə uyğun olaraq suboptimist $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ və subpessimist $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ həll deyəcəyik.

Qeyd edək ki, həll qurma prosesi $X = (0,0, \dots, 0)$ həllindən başlayır və $x_{j_*}^{so}$ yaxud $x_{j_*}^{sp}$ dəyişəni o zaman vahid qiymət alır ki, ($x_{j_*}^{so} = 1$ və ya $x_{j_*}^{sp} = 1$) istənilən $i, (i = \overline{1,m})$ üçün suboptimist həllə görə $\underline{a}_{ij_*} \le b_i$, subpessimist həllə görə isə $\overline{a}_{ij_*} \le b_i$ şərtləri ödənilsin. Bu zaman suboptimist həll qurularkən $b_i \coloneqq b_i - \underline{a}_{ij_*}, (i = \overline{1,m})$, subpessimist həll qurularkən $b_i \coloneqq b_i - \overline{a}_{ij_*}, (i = \overline{1,m})$ qəbul olunmalıdır. Bundan sonra j_* nömrəsi $\{1,2,\dots,n\}$ çoxluğundan çıxarılır. Burada $b_i (i = \overline{1,m})$ kəmiyyətləri $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ intervalında olmaqla qeyd olunurlar.Həll prosesi o zaman başa çatır ki, bütün j $(j = \overline{1,n})$ nömrələrinə baxılmışdır.

Əvvəlcə qeyd edək ki, həll qurma prosesinə başlamazdan əvvəl b_i $(i = \overline{1,m})$ resurslarından nisbətən eyni miqdarda istifadə etmək məqsədi ilə $b_i \coloneqq 1, (i = \overline{1,m})$ qəbul edirik. Bunun üçün hər bir $i-$ci bərabərsizliyin hər tərəfini $b_i > 0$ $(i = \overline{1,m})$ ədədlərinə bölmək lazımdır.

Başqa sözlə $\underline{a}_{ij} \coloneqq \underline{a}_{ij}/b_i$, $\overline{a}_{ij} \coloneqq \overline{a}_{ij}/b_i$, $b_i \coloneqq 1, (i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n})$ qəbul edirik. Bu əməliyyat hər dəfə $x_{j_*}^{so} = 1$ və ya $x_{j_*}^{sp} = 1$ qəbul etdikdən sonra da aparılmalıdır.Belə ki, $x_{j_*}^{so} = 1$ və ya $x_{j_*}^{sp} = 1$ qəbul etdikdə, uyğun olaraq $b_i \coloneqq 1 - \underline{a}_{ij_*}, (i = \overline{1,m})$ və ya $b_i \coloneqq 1 - \overline{a}_{ij_*}$ $(i = \overline{1,m})$ olur və (1.2) sistemindəki hər bir $i-$ci $(i = \overline{1,m})$ bərabərsizliyin hər tərəfini $b_i \coloneqq 1 - \underline{a}_{ij_*} > 0$ və ya $b_i \coloneqq 1 - \overline{a}_{ij_*} > 0$ kəmiyyətinə bölməliyik. Bu əməliyyat (1.2) sisteminin sağ tərəflərindən bərabər miqdarda istifadə etməyə imkan yarada bilər.Nəticədə daha yaxşı həll qurmaq olar.

Həll qurma prosesi başa çatdıqdan sonra $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalından yeni və əvvəl qeyd olunmuş b_i-lərdən $(i = \overline{1,m})$ fərqli $b_i \epsilon [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ seçib qeyd edirik. Bundan sonra yenidən həll qurma prosesini aparırıq və tapılmış həll əvvəlki həlldən yaxşı olarsa bunu yadda saxlayırıq. Həll qurma prosesi $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ intervalındakı bütün ədədlər baxıldıqdan sonra başa çatır. Bu zaman sonuncu ən yaxşı həll, axtarılan həll kimi qəbul olunur.

Qeyd edək ki, əgər $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalının uzunluğu kifayət qədər böyük olsa, onda bu intervallardakı tam ədədlərin hər birinə görə xeyli sayda çox məsələ alınar və onların həlli kifayət qədər çox kompüter vaxtı tələb edər. Bu vaxtı azaltmaq məqsədilə biz $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalına dixotomiya (yarıya bölmə) prinsipini tətbiq edə bilərik. Bu prinsip aşağıdakı qaydada həyata keçirilməlidir:

Əvvəlcə $\underline{b}_i^0 = \underline{b}_i$; $\overline{b}_i^0 = \overline{b}_i (i = \overline{1,m})$ qeyd edib yadda saxlayaq. Sonra $b_i \coloneqq \overline{b}_i (i = \overline{1,m})$ qəbul edib, uyğun (1.1)-(1.3) məsələni həll etməklə müəyyən $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ suboptimist və $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ subpessimist həllərini tapmaq olar. Onda (1.1) funksiyasının suboptimist və subpessimist qiymətləri uyğun olaraq

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so} \quad \text{və} \quad f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

olacaq. Lakin biz elə $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ suboptimist və $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ subpessimist həllərini tapmaq istəyirik ki, (1.1) funksiyasının buna uyğun olan qiyməti f^{so} və f^{sp} qiymətlərindən kiçik olmasın və həmin həllin tələb etdiyi $b_i (i = \overline{1,m})$ tam ədədləri (resursları) ilkin verilən $\overline{b}_i (i = \overline{1,m})$ tam ədədlərindən kiçik olsun. Bu məqsədlə dixotomiya prinsipindən istifadə edəcəyik. Əvvəlcə $b_i \coloneqq [(\underline{b}_i + \overline{b}_i)/2]$ $(i = \overline{1,m})$ qeyd edib, alınmış (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ suboptimist və $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ subpessimist həllərini və uyğun

$$f^o \coloneqq \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o \quad \text{və} \quad f^p \coloneqq \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

suboptimist qiymətini tapırıq. Burada $[z]$ ilə z ədədinin tam hissəsi işarə olunub. Əgər $f^o < f^{so}$ $(f^p < f^{sp})$ olsa, onda $\underline{b}_i \coloneqq b_i (i = \overline{1,m})$ əks halda, yəni $f^o \ge f^{so}$ $(f^p \ge f^{sp})$ olsa, onda $x_j^{so} \coloneqq$

$x_j^o \left(x_j^{sp} \coloneqq x_j^p \right) (j = \overline{1,n}),\ f^{so} = f^o\ (f^{sp} = f^p)$ və $\overline{b}_i \coloneqq b_i (i = \overline{1,m})$ yazmaqla yenidən $b_i \coloneqq [(\underline{b}_i + \overline{b}_i)/2]\ (i = \overline{1,m})$ qəbul edirik. Bundan sonra növbəti (1)-(3) məsələsi həll olunur. Bu hesablama prosesini o vaxta qədər davam etdiririk ki, növbəti yarıya bölmə zamanı tapılmış $b_i (i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün $\underline{b}_i = b_i (i = \overline{1,m})$ olsun. Bu prosesdə yadda saxlanmış $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ $(X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp}))$ və f^{so} (f^{sp}) uyğun olaraq baxılan məsələnin suboptimist (subpessimist) həlli və suboptimist (subpessimist) qiyməti olar.

Qeyd edək ki, yarıya bölmə prosesi başlayarkən (1.2) sisteminin sağ tərəfində verilmiş $\overline{b}_i\ (i = \overline{1,m})$ ədədini $\overline{b}_i^o (i = \overline{1,m})$ kimi yadda saxlayıb, $\overline{b}_i\ (i = \overline{1,m})$ ədədini dəyişmişik. Ona görə də təklif etdiyimiz üsulun keyfiyyətini göstərmək üçün $\Delta_i = \overline{b}_i^0 - b_i (i = \overline{1,m})$ kəmiyyətlərini müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində eksperimentlər apardıqdan sonra analiz etməliyik.

Qeyd edək ki, tapılmış suboptimist və subpessimist qiymətlərin optimist və pessimist qiymətlərdən olan xətalarını qiymətlndirmək üçün uyğun xətti proqramlaşdırma məsələləri həll olunmalıdır.Lakin böyük ölçülü məsələlərin xətti proqramlaşdırma məsələsi kimi həll olunması müəyyən çətinliklərlə bağlıdır. Ona görə də həmin xətaların asanlıqla qiymətləndirilməsi üçün biz aşağıdakı kimi Laqranj tipli funksiyalar qurmuşuq.

$$L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j \in \omega^o} \overline{c}_j + \sum_{i=1}^{m} (b_i - \sum_{j \in \omega^o} \underline{a}_{ij})\, \lambda_i\,,$$

$$L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j \in \omega^o} \underline{c}_j + \sum_{i=1}^{m} (b_i - \sum_{j \in \omega^o} \overline{a}_{ij})\, \lambda_i\,.$$

Burada

$$\omega^o = \left\{ j |\ \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\}, \qquad \omega^p = \left\{ j |\ \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\},$$

$b_i\ \ (i = \overline{1,m})$ isə $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]\ (i = \overline{1,m})$ intervalında olan qeyd olunmuş ədədlərdir.

Aşağıdakı teoremi isbat etmişik.

Teorem. (1.1)-(1.3) məsələsinin f^o -optimist və f^p- pessimist qiymətləri üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur.

$$f^o \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \qquad f^p \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m).$$

Beləliklə $L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və $L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyalarını minimallaşdırmaqla uyğun olaraq f^o və f^p qiymətlərinin yuxarı sərhədləri olan $\overline{f}^{\boldsymbol{o}}$ və $\overline{f}^{\boldsymbol{p}}$ ədədlərini taparıq. Bu zaman suboptimist və subpessimist həlləri üçün δ^{so} və δ^{so} nisbi xətaları uyğun olaraq aşağıdakı kimi hesablanar.

$$\delta^{so} \le (\overline{f}^{\boldsymbol{o}} - f^{\boldsymbol{so}})\ /\overline{f}^{\boldsymbol{o}}, \qquad \delta^{sp} \le (\overline{f}^{\boldsymbol{p}} - f^{\boldsymbol{sp}})\ /\overline{f}^{\boldsymbol{p}}.$$

4. Hesablama eksperimentlərinin nəticələri. İşdə təklif olunmuş üsulların nə dərəcədə keyfiyyətli olduğunu aydınlaşdırmaq üçün həmin üsulların "Delphi-7" dilində proqramları qurulmuş və müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentləri aparılmşdır. Həll olunmuş məsələlərin əmsalları aşağıdakı kimi seçilmiş təsadüfi tam ədədlərdir.

$0 \le \underline{a}_{ij} \le 999,\ \ 0 < \overline{a}_{ij} \le 999,\ \ 0 < \underline{c}_{ij} \le 999,\ \ 0 < \overline{c}_{ij} \le 999\ \ \ (i = \overline{1,m}\ , j = \overline{1,n}).$

Bu zaman $\overline{a}_{ij} < \underline{a}_{ij}$ olarsa, $\overline{a}_{ij} \coloneqq \underline{a}_{ij} + 10$ və $\overline{c}_j < \underline{c}_j$ olduqda isə $\overline{c}_j \coloneqq \underline{c}_j + 10$ qəbul edirik.

Bundan əlavə $\underline{b}_i$ və $\overline{b}_i\ (i = \overline{1,m})$ ədədlərini aşağıdakı kimi təyin edirik:

$$\underline{b} := \left[\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_j\right] \quad , \quad \underline{b} := \left[\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_j\right] \qquad \left(i = \overline{1,m}\ , j = \overline{1,n}\right).$$

Aparılmış hesablama eksperimentlərinin nəticələri aşağıdakı cədvəllərdə verilmişdir. Bu cədvəllərdə qəbul olunmuş işarələmələr aşağıdakılardır:
$N -$ eyni ölçülü müxtəlif məsələlərin nömrələridir.
$f^{so}, f^{sp} -$ (1.1) funksiyasının uyğun olaraq suboptimist və subpessimist qiymətləridir.
$\overline{f}^{so}, \overline{f}^{sp} - (1.1)$ funksiyasının suboptimist və subpessimist qiymətlərinin uyğun olaraq yuxarı sərhədləridir.
$\delta^o = (\overline{f}^{so} - f^{so})/\overline{f}^{so}, \delta^p = (\overline{f}^{sp} - f^{sp})/\overline{f}^{sp} -$ suboptimist və subpessimist qiymətlərin uyğun olaraq optimal qiymətdən olan nisbi xətalardır.

$$b_{orta}^o = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}(\overline{b}_i - b_i^o)\right), \quad b_{orta}^p = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}(\overline{b}_i - b_i^p)\right) -$$

- optimist və pessimist həllərə görə (1.2) sistemində $\overline{b}_i\ (i = \overline{1,m})$ sağ tərəflərinin orta azalma vahidləridir. Burada

$$b_i^o = \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^{so} \quad , \quad b_i^p = \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^{sp} \ .$$

Cədvəl 1.Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri $(m \times n = 20 \times 100)$

N	1	2	3	4	5
f^{so}	768.00	732.00	796.00	784.00	720.00
$\overline{f}^{so}$	781.00	744.00	813.00	796.00	743.00
f^{sp}	166.00	166.00	168.00	174.00	161.00
$\overline{f}^{sp}$	173.00	174.00	176.00	180.00	168.00
δ^o	0.0166	0.0161	0.0209	0.0151	0.0310
δ^p	0.0405	0.0460	0.0455	0.0333	0.0417
b_{orta}^o	11.60	13.95	14.40	12.500	22.350
b_{orta}^p	24.75	27.65	26.00	16.900	23.750

Cədvəl 2. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri $(m \times n = 20 \times 200)$

N	1	2	3	4	5
f^{so}	1580.00	1580.00	1599.00	1602.00	1602.00
$\overline{f}^{so}$	1619.00	1626.00	1627.00	1637.00	1637.00
f^{sp}	311.00	307.00	296.00	304.00	304.00
$\overline{f}^{sp}$	324.00	327.00	317.00	317.00	316.00
δ^o	0.0241	0.0283	0.0172	0.0214	0.0214
δ^p	0.0401	0.0612	0.0662	0.0662	0.0380
b_{orta}^o	19.95	17.65	13.50	14.75	14.75
b_{orta}^p	17.45	32.80	35.75	28.50	28.50

Cədvəl 3. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri ($m \times n = 20 \times 500$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	4072.00	4046.00	4059.00	3952.00	4038.00
$\bar{f}^{so}$	4113.00	4087.00	4111.00	3998.00	4067.00
f^{sp}	804.00	789.00	800.00	778.00	782.00
$\bar{f}^{sp}$	826.00	815.00	827.00	807.00	811.00
δ^{o}	0.0100	0.0100	0.0126	0.0115	0.0071
δ^{p}	0.0266	0.0319	0.0326	0.0359	0.0358
b^{o}_{orta}	11.45	16.90	16.35	20.95	11.60
b^{p}_{orta}	35.50	35.60	32.30	36.95	47.90

Cədvəl 4. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri ($m \times n = 20 \times 1000$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	8200.00	8182.00	8104.00	8081.00	8137.00
$\bar{f}^{so}$	8276.00	8268.00	8195.00	8154.00	8218.00
f^{sp}	1632.00	1617.00	1616.00	1576.00	1606.00
$\bar{f}^{sp}$	1670.00	1660.00	166.00	1617.00	1645.00
δ^{o}	0.0092	0.0104	0.0111	0.0090	0.0099
δ^{p}	0.0228	0.0259	0.0242	0.0254	0.0237
b^{o}_{orta}	17.40	34.55	33.75	35.75	22.80
b^{p}_{orta}	41.80	29.10	40.05	40.00	34.70

Cədvəl 5. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri ($m \times n = 50 \times 100$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	771.00	755.00	751.00	760.00	787.00
$\bar{f}^{so}$	794.00	778.00	776.00	794.00	808.00
f^{sp}	141.00	141.00	133.00	138.00	140.00
$\bar{f}^{sp}$	156.00	149.00	148.00	147.00	159.00
δ^{o}	0.0290	0.0296	0.0322	0.0428	0.0260
δ^{p}	0.0962	0.0537	0.1014	0.0612	0.1195
b^{o}_{orta}	22.4400	21.1200	21.1000	22.2400	17.7600
b^{p}_{orta}	35.20	27.6600	29.64	34.10	37.8200

Cədvəl 6. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri ($m \times n = 50 \times 200$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	1510.00	1566.00	1518.00	1605.00	1552.00
$\bar{f}^{so}$	1543.00	1600.00	1562.00	1642.00	1591.00
f^{sp}	291.00	289.00	287.00	301.00	300.00
$\bar{f}^{sp}$	306.00	306.00	307.00	315.00	318.00
δ^{o}	0.0214	0.0213	0.0282	0.0225	0.0245

δ^p	0.0490	0.0556	0.0651	0.0444	0.0566
b_{orta}^o	29.0400	26.3400	23.5200	25.4000	28.2400
b_{orta}^p	45.5000	44.8600	36.3400	36.7400	49.9000

Cədvəl 7. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri $(m \times n = 50 \times 500)$

N	1	2	3	4	5
f^{so}	3943.00	3968.00	4031.00	4084.00	4007.00
$\overline{f}^{so}$	3988.00	4025.00	4075.00	4137.00	4046.00
f^{sp}	776.00	775.00	765.00	796.00	782.00
$\overline{f}^{sp}$	798.00	801.00	788.00	823.00	804.00
δ^o	0.0113	0.0142	0.0108	0.0128	0.0096
δ^p	0.0276	0.0325	0.0292	0.0328	0.0274
b_{orta}^o	31.8400	38.3800	30.9400	34.9400	31.4800
b_{orta}^p	51.4200	61.7600	64.2400	49.9800	50.0600

Cədvəl 8. Suboptimist, subpessimist və xətaların qiymətləri $(m \times n = 50 \times 1000)$

N	1	2	3	4	5
f^{so}	8148.00	7984.00	8244.00	7970.00	8099.00
$\overline{f}^{so}$	8243.00	8063.00	8309.00	8056.00	8169.00
f^{sp}	1593.00	1575.00	1620.00	1560.00	1581.00
$\overline{f}^{sp}$	1633.00	1614.00	1664.00	1592.00	1623.00
δ^o	0.0115	0.0098	0.0078	0.0107	0.0086
δ^p	0.0245	0.0242	0.0206	0.0201	0.0259
b_{orta}^o	42.6200	55.4800	34.8400	52.2400	44.1600
b_{orta}^p	71.3400	74.8600	69.9800	78.1600	72.9800

5. Nəticə. Yuxarıdakı cədvəllərdən görünür ki, həll olunmuş 40 dənə təsadüfi məsələlərə görə suboptimist və subpessimist qiymətlər özlərinin uyğun yuxarı sərhədlərinə yaxındırlar. Belə ki, suboptimist qiymətlərin yuxarı sərhədlərindən olan nisbi xətaları 0.71- 4.28 faiz təşkil edir.Subpessimist qiymətlərin uyğun nisbi xətaları isə 2.01- 11.95 faiz arasındadır.

Bundan əlavə, qurulmuş suboptimist və subpessimist həllərə görə (1.2) sisteminin sağ tərəflərində ilkin verilmiş $\overline{b_i}$ $(i = \overline{1,m})$ ədədləri uyğun olaraq orta hesabla suboptimist həll üçün 11-55 və subpessimist həll üçün isə 16-78 vahid vahid azalmışdır. Bu isə iqtisadi məsələlərdə eyni nəticəni almaq üçün ayrılmış vəsaitdən daha az istifadə olunmasına imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Libura M. Integer programming problems with inexact objective function // Contr. And Cybern. -1980. – Vol.9, N 4.- P. 189-202.
2. Ватолин А.А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами// ЖВМ и МФ. -1984.- Т. 24, N 11.- С. 1629-1637.
3. Семенова Н.В. Решение одной задачи обобщенного целочисленного программирования. // Кибернетика. – 1984. – N 5. – С. 25-31.

4. Леонтьев В.К., Мамутов К.Х. Устойчивость решений в задачах линейного булева программирования // ЖВМ и МФ. -1988.- Т. 28, N 10.- С. 1475-1481.
5. Рощин В.А., Семенова Н.В., Сергиенко И.В., Вопросы решения и исследования одного класса задач неточного целочисленного программирования // Кибернетика. – 1989. – N 2. – С. 42-47.
6. Рощин В.А., Семенова Н.В., Сергиенко И.В. Декомпозиционный подход к решению некоторых задач целочисленного программирования с неточными данными // ЖВМ и МФ.-1990. - Т. 30, N 5.- С. 786-791.
7. Сергиенко Т.И., Козарацкая Л.Н., Лебедева Т.Т. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач. – Киев: Наукова думка, 1995. – 170 с.
8. Emelichev V.A., Krichko V.N., Podkopaev D.P., On the radius of stability of a vector problem of linear Boolean programming, Discrete Math. Appl.10 , 2000, 103-108.
9. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A. L-class enumeration algorithms for knapsack problem with interval data // International Conference on Operations Research: Book of Abstracts. – Duisburg, 2001. – P. 118.
10. Девятерикова М.В., Колоколов А.А. Алгоритмы перебора L- классов для задачи о рюкзаке с интервальными данными. // Препринт. – Омск: ОмГУ, 2001.-20 с.
11. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A., Kolosov A.P. L- class enumeration algorithms for one discrete production planning problem with interval input data // Computers and Operations Research, Volume 36, İssue 2, February 2009.- C. 316-324.
12. Девятерикова М.В., Колоколов А.А., Колосов А.П.. Алгоритмы перебора L −классов для булевой задачи о рюкзаке с интервальными данными // Материалы III Всероссийской конференции “ Проблемы оптимизации и экономическое приложение”- Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006.- с. 87.
13. Девятерикова М.В., Колоколов А.А., Колосов А.П. Решение задачи о рюкзаке с интервальными данными на основе перебора L − классов // Материалы III международной конференции “Танаевские чтения”, Минск, 2007.- С.51-55.
14. Emelichev V.A., and Kuzmin K.G., Stability criteria in vector combinatorial bottleneck problems in terms of binary realtions. J. Cybernetics and Systems Analysis. 2008, vol 44, No.3. pp. 397-404.
15. Emelichev V.A., Podkopaev D.P., Quantitative stability analysis for vector problems of 0-1 programming., “Discrete Optimitation”, 2010, N7, pp.48-63.
16. Məmmədov K.Ş., Hüseynov S.Y. Qeyri-səlis çanta məsələsinin bir həll üsulu.”İnformasiyalaşdırma, Kibernetika və İnformasiya texnologiyalarının müasir problemləri”. Respublika elmi konfransının materialları. Bakı, 2003, III cild, səh 10-13.

УДК 519.852

К.Ш. Мамедов, А.Г. Мамедова. Методы построения субоптимистических и субпессимистических решений в задаче Булевого программирования с интервальными данными.

Введены понятия - оптимистические, пессимистические, субоптимистические и субпессимистические решения для задачи Булевого программирования с целочисленными интервальными данными. Разработаны методы построения субоптимистического и субпессимистического решения с оценкой отклонения соответствующей верхней границы. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: задача Булевого программирования с целочисленными интервальными данными, оптимистические, пессимистические, субоптимистические и субпессимистические решения, функция типа Лагранжа, относительная погрешность, вычислительные эксперименты

K.Sh. Mammadov, A.H. Mammadova. Methods for constructing subpessimistic and suboptimistic solution in the Boolean programming problem with interval data.

The concepts of optimistic, pessimistic, suboptimistic and subpessimistic solution are given to the problem

of Boolean programming with integer interval data. Methods have been developed for constructing suboptimistic and subpessimistic solutions with the estimated deviation of supremum. A number of computational experiments have been carried out.
Keywords: Boolean programming problem with integer interval data, optimistic solution, pessimistic solution, subpessimistic solution, suboptimistic solution, Lagrangian function, computational experiments

AMEA Kibernetika İnstitutu   Təqdim olunub 12.05.2014