

УДК 519.95

Ф.Г. ФЕЙЗИЕВ, М.Р. МЕХТИЕВА, З.А. САМЕДОВА

## АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ДВОИЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В КЛАССЕ 3D-МОДУЛЯРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматривается вопрос разработки алгоритма построения моделей трехпараметрических двоичных динамических систем, т.е. динамических систем над полем Галуа  $GF(2)$ , в классе 3D-модулярных динамических систем.

**Ключевые слова:** трехпараметрические двоичные динамические системы, 3D-модулярные динамические системы, модели в классе 3D-модулярных динамических систем

**1. Введение.** В системах автоматизации и управления объектов в различных областях для описания их поведения часто используются дискретные методы моделирования [1]. К таким объектам относятся конечные дискретные системы. Одним из дискретных методов для моделирования полной реакции двоичных дискретных систем является метод, основанный на полиноме Жегалкина [2]. Модель двоичных дискретных систем, полученная на основе полинома Жегалкина, представляет собой двоичную нелинейную последовательностные машины или модулярную динамических систем [3-5].

Конечные модулярные динамические системы (МДС) [3,4] относятся к классу дискретных динамических систем, в которых входные, выходные последовательности и последовательности состояния принимают значения из конечного поля. МДС широко применяются в компьютерной технике, в системах диагностики, при кодировании и декодировании дискретных сообщений, в криптографии, для защиты данных и программного обеспечения ЭВМ, в управлении непрерывных объектов и других областях науки и техники [3,4].

В работе [5] для описания полной реакции двоичных трехпараметрических динамических систем используются трехпараметрические нелинейные МДС (3D-МДС). Это работа может стать основой построения МДС моделей рассматриваемых систем, однако формулы, полученные в ней очень громоздки и кроме того, из-за использования сложных обозначений для векторов, множеств и т.д. полученные результаты трудно воспринимаются. Поэтому для облегчения работы необходима разработка специального алгоритма, описывающего последовательность шагов, построения моделей двоичных систем в классе 3D-МДС.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим двоичную систему, которая характеризуется следующим функциональным соотношением:

$$y[n, c_1, c_2] = G\{u[m, c_1 + p_1, c_2 + p_2] \mid n - n_0 \leq m \leq n, \quad p_1 \in P_1, p_2 \in P_2\}, \quad GF(2), \quad (2.1)$$

Здесь  $n \in T = \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  $c_i \in \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ ,  $i = \overline{1, 2}$ ;  $y[n, c_1, c_2] \in GF(2)$  и  $u[n, c_1, c_2] \in GF(2)$  суть выходная и входная последовательности системы;

$$P_i = \{p_i(1), \dots, p_i(r_i)\}, \quad p_i(1) < \dots < p_i(r_i), \quad p_i(j) \in \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}, \quad j = \overline{1, r_i}, \quad i = \overline{1, 2}$$

и, кроме того,  $p_i(1)$  и  $p_i(r_i)$  конечные целые числа ( $i = \overline{1, 2}$ ).

Ясно, что (2.1) можно записать в виде

$$y[n, c_1, c_2] = f(x_{0,1,1}, \dots, x_{0,1,r_1}, \dots, x_{0,r_1,1}, \dots, x_{n_0,r_1,r_2}),$$

где  $f(\dots)$  есть булева функция и

$$x_{ij\tau} = u[n - i, c_1 + p_1(j), c_2 + p_2(\tau)], \quad j = \overline{1, r_1}, \quad \tau = \overline{1, r_2}, \quad i = \overline{0, n_0}.$$

Пусть

$$X = \{u[n - i, c_1 + p_1(j), c_2 + p_2(\tau)] \mid i = \overline{0, n_0}; \tau = \overline{1, r_2}; j = \overline{1, r_1}\},$$

$$\Phi(i) = \{ \bar{m} = (m_{1,1}, \dots, m_{1,r_2}, \dots, m_{r_1,r_2}) \mid m_{\ell,k} \in \{0, \dots, n_0 + 1\}, \ell = \overline{1, r_1},$$

$$k = \overline{1, r_2}, \sum_{\alpha=1}^{r_1} \sum_{\beta=1}^{r_2} m_{\alpha,\beta} = i \}, \quad (2.2)$$

$$Q(i, \bar{m}) = \{ (\alpha, \beta) \mid m_{\alpha,\beta} \text{ есть компонента } \bar{m} \text{ и } m_{\alpha,\beta} \neq 0, \alpha = \overline{1, r_1}, \beta = \overline{1, r_2} \}. \quad (2.3)$$

$$\Gamma_1(m_{\alpha,\beta}) =$$

$$= \{ \bar{n}_{\alpha,\beta} = (n_1(\alpha, \beta, 1), \dots, n_1(\alpha, \beta, m_{\alpha,\beta})) \mid 0 \leq n_1(\alpha, \beta, 1) < \dots < n_1(\alpha, \beta, m_{\alpha,\beta}) \leq n_0 \}. \quad (2.4)$$

Для всех  $(\alpha, \beta) \in Q(\bar{m}, i)$  образуем из векторов  $\bar{n}_{\alpha,\beta}$  блочный вектор  $\bar{n}_2$ . Множество всех блочных векторов (наборов)  $\bar{n}_2$  обозначим  $\Gamma(i, \bar{m})$ .

Пусть  $i \in \{1, \dots, r_1 r_2 (n_0 + 1)\}$  и  $\bar{m} \in \Phi(i)$ . На основе набора  $\bar{m}$  построим матрицу  $A(\bar{m}) = (m_{\alpha,\beta})$ ,  $\alpha = \overline{1, r_1}$ ,  $\beta = \overline{1, r_2}$ . Удаляя нулевые столбцы и строки матрицы  $A(\bar{m})$ , построим матрицу  $B(\bar{m})$ . Обозначим размерность матрицы  $B(\bar{m})$  через  $\ell_1(\bar{m}) \times \ell_2(\bar{m})$ . Ясно, что размерность матрицы  $B(\bar{m})$  не превышает размерности матрицы  $A(\bar{m})$ , т.е.  $\ell_1(\bar{m}) \leq r_1$ ,  $\ell_2(\bar{m}) \leq r_2$ . Для всех элементов множества  $\Phi(i)$  таким же способом построим соответствующую матрицу  $B(\bar{m})$ .

Из элементов множества  $\Phi(i)$  построим специальные подмножества: 1) любой элемент из множества  $\Phi(i)$  входит только в одно специальное подмножество; 2) если для элементов  $\bar{m}_1$  и  $\bar{m}_2$  из множества  $\Phi(i)$ , соответствующие матрицы  $B(\bar{m}_1)$  и  $B(\bar{m}_2)$  совпадают, оба элемента входят в одно и то же специальное подмножество.

Обозначим через  $\lambda_i$  число специальных подмножеств множества  $\Phi(i)$ , а  $i_1$ -ое специальное подмножество обозначим  $\Phi_1(i, i_1)$ . Рассмотрим какое-либо подмножество  $\Phi_1(i, i_1)$  множества  $\Phi(i)$ . Пусть этому подмножеству соответствует матрица  $B$  размерностью  $\ell_1 \times \ell_2$ :  $B = (m'_{\alpha,\beta})$ ,  $\alpha = \overline{1, \ell_1}$ ,  $\beta = \overline{1, \ell_2}$ . Тогда элементы множества  $\Phi_1(i, i_1)$  можно представить в следующем виде:

$$m_{j_\alpha, \tau_\beta} = m'_{\alpha,\beta}, \alpha = \overline{1, \ell_1}, \beta = \overline{1, \ell_2}, m_{\sigma,\gamma} = 0, \sigma \notin \{j_1, j_2, \dots, j_{\ell_1}\}, \gamma \notin \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\ell_2}\}.$$

Ясно, что каждой паре  $(\bar{j}, \bar{\tau})$  соответствует элемент из множества  $\Phi_1(i, i_1)$ . Здесь  $\bar{j} = (j_1, \dots, j_{\ell_1})$  и  $\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_{\ell_2})$  являются наборами соответственно в  $L_1(\ell_1)$  и  $L_2(\ell_2)$ , где

$$L_1(\ell_1) = \{ (j_1, \dots, j_{\ell_1}) \mid 1 \leq j_1 < \dots < j_{\ell_1} \leq r_1 \},$$

$$L_2(\ell_2) = \{ (\tau_1, \dots, \tau_{\ell_2}) \mid 1 \leq \tau_1 < \dots < \tau_{\ell_2} \leq r_2 \}. \quad (2.5)$$

Введем следующие обозначения:

$$F(i) = \{ (\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \mid \bar{m} = (m_{1,1}, \dots, m_{1,\ell_2}, \dots, m_{\ell_1,\ell_2}), \sum_{\alpha=1}^{\ell_1} \sum_{\beta=1}^{\ell_2} m_{\alpha,\beta} = i; m_{\alpha,\beta} \in \{0, \dots, n_0 + 1\},$$

$$\alpha = \overline{1, \ell_1}, \beta = \overline{1, \ell_2}; (\forall \alpha \in \{1, \dots, \ell_1\}) (\exists \beta \in \{1, \dots, \ell_2\}) (m_{\alpha,\beta} \neq 0)$$

$$(\forall \beta \in \{1, \dots, \ell_2\}) (\exists \alpha \in \{1, \dots, \ell_1\}) (m_{\alpha,\beta} \neq 0); \ell_i \in \{1, \dots, r_i\}, i = \overline{1, 2} \}, \quad (2.6)$$

$$Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}) = \{ (\alpha, \beta) \mid m_{\alpha,\beta} \text{ — компонента } \bar{m} \text{ и } m_{\alpha,\beta} \neq 0, \alpha = \overline{1, \ell_1}, \beta = \overline{1, \ell_2} \}. \quad (2.7)$$

Ясно, что каждому  $(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i)$  соответствует специальное подмножество множества  $\Phi(i)$ .

Пусть  $\bar{m} = (m_{1,1}, \dots, m_{1,\ell_2}, \dots, m_{\ell_1,\ell_2})$ ,  $\bar{n}_2 = (\bar{n}_{1,1}, \dots, \bar{n}_{1,\ell_2}, \dots, \bar{n}_{\ell_1,\ell_2})$ . При  $\bar{n}_{\alpha,\beta} \in \Gamma_1(m_{\alpha,\beta})$ ,  $(\alpha, \beta) \in Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m})$ ,  $\alpha = \overline{1, \ell_1}$ ,  $\beta = \overline{1, \ell_2}$ , множество всех блочных векторов (наборов)  $\bar{n}_2$  обозначим через  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})$ , т.е.

$$\Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) = \prod_{(\alpha, \beta) \in Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m})} \Gamma_1(m_{\alpha, \beta}) \quad (2.8)$$

Здесь знак  $\times$  есть знак операции Декартового произведения множеств.

**Теорема 1 [5].** Пусть имеют место соотношения (2.2)-(2.8). Тогда для общего аналитического представления соотношения (2.1) справедливо следующее:

$$y[n, c_1, c_2] = \sum_{i=0}^{(n_0+1)r_1r_2} \sum_{(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i)} \sum_{\bar{j} \in L_1(\ell_1)} \sum_{\bar{\tau} \in L_2(\ell_2)} \sum_{\bar{n}_2 \in \Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})} h_{i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2] \times \prod_{(\alpha, \beta) \in Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m})} \prod_{\sigma=1}^{m_{\alpha, \beta}} u[n - n_1(\alpha, \beta, \sigma), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)], \quad GF(2). \quad (2.9)$$

Здесь при  $i=0$  ясно, что  $F(i) = \emptyset$ , поэтому  $h_{0, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\dots]$  запишется в виде  $h_0$ .

Полином (2.9) представляет собой двухзначный аналог полинома Вольтерры. Коэффициенты  $h_0, h_{i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2], \bar{n}_2 \in \Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m}), (\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2), (\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i), i \in \{1, \dots, (n_0 + 1)r_1r_2\}$ , полинома (2.7) есть неизвестные коэффициенты и при заданных входно-выходных значениях последовательностей системы (2.1) они определяются однозначно. Задача разработки алгоритма построения трехпараметрических двоичных систем, которая характеризуется функциональным соотношением (2.1), заключается в изложении последовательности вычислений, приводящих к определению неизвестных коэффициентов в (2.9)

**3. Рекуррентные формулы для нахождения неизвестных коэффициентов полиномиальных представлений (2.9) для системы (2.1).** Пусть при заданных значениях входной последовательности  $u[\gamma, c_1 + p_1, c_2 + p_2], n - n_0 \leq \gamma \leq n, p_1 \in P_1, p_2 \in P_2$  известны значения выходной последовательности. В работе [5] предложены рекуррентные формулы для нахождения коэффициентов  $h_0, h_{i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2]$  для всех  $\bar{n}_2 \in \Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m}), (\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2), (\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i), i \in \{1, \dots, (n_0 + 1)r_1r_2\}$  в полиноме (2.9) соответствующие известным входной и выходной последовательностям. Эти рекуррентные формулы делятся на две группы. В первой группе относятся следующие формулы, которые можно называть начальными:

$$h_0 = f(0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0), \quad (3.1)$$

$$h_{1,1,1,(1)}[(j_1), (\tau_1), (i_1)] = h_0 + f(u[n - i_1, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)] = 1), \quad GF(2). \quad (3.2)$$

$$h_{i,1,1,(i)}[(j_1), (\tau_1), (\beta_1, \dots, \beta_i)] = f(u[n - \beta_\gamma, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)] = 1 | \gamma = \bar{1}, i) + \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{(\sigma_1, \dots, \sigma_k) \in \Omega_k(i)} h_{k,1,1,(k)}[(j_1), (\tau_1), (\beta_{\sigma_1}, \dots, \beta_{\sigma_k})], \quad GF(2). \quad (3.3)$$

$$h_{i,i,1,(1, \dots, 1)}[(j_1, \dots, j_i), (\tau_1), ((\beta_1), \dots, (\beta_i))] = f(u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_t), c_2 + p_2(\tau_1)] = 1 | t = \bar{1}, i) + \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{(s_1, \dots, s_k) \in Q_k(i)} h_{k,k,1,(1, \dots, 1)}[(j_{s_1}, \dots, j_{s_k}), (\tau_1), ((\beta_{s_1}), \dots, (\beta_{s_k}))], \quad GF(2), \quad (3.4)$$

$$h_{i,i,1,(1, \dots, 1)}[(j_1), (\tau_1, \dots, \tau_i), ((\beta_1), \dots, (\beta_i))] = f(u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_t)] = 1 | t = \bar{1}, i) + \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{(\xi_1, \dots, \xi_k) \in N_i(k)} h_{k,1,k,(1, \dots, 1)}[(j_1), (\tau_{\xi_1}, \dots, \tau_{\xi_k}), ((\beta_{\xi_1}), \dots, (\beta_{\xi_k}))], \quad GF(2). \quad (3.5)$$

Здесь через  $f(u[n - i_1, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)] = 1)$  обозначены значения функции  $f(\dots)$ , в случае, где из  $X$  только  $u[n - i_1, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)]$  имеет значение 1. Через  $f(u[n - \beta_\gamma, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)] = 1 | \gamma = \bar{1}, i), f(u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_t), c_2 + p_2(\tau_t)] = 1 | t = \bar{1}, i)$  и

$f(u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_t)]) = 1 \mid t = \bar{1}, i$  обозначены значения функции  $f(\dots)$ , в случаях, где из множества  $X$  соответственно

$$u[n - \beta_\gamma, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_1)] (\gamma = \bar{1}, i), \quad u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_t), c_2 + p_2(\tau_1)] \quad (t = \bar{1}, i)$$

и  $u[n - \beta_t, c_1 + p_1(j_1), c_2 + p_2(\tau_t)] \quad (t = \bar{1}, i)$  имеют значения 1, а остальные переменные имеют значения 0. Множества  $\Omega_t(m)$ ,  $Q_\eta(\ell)$  и  $N_\gamma(\ell)$  есть следующие множества

$$\Omega_t(m) = \{(\sigma_1, \dots, \sigma_t) \mid 1 \leq \sigma_1 < \dots < \sigma_t \leq m\}, \quad (3.6)$$

$$Q_\eta(\ell) = \{(s_1, \dots, s_\eta) \mid 1 \leq s_1 < \dots < s_\eta \leq \ell\}, \quad (3.7)$$

$$N_\gamma(\ell) = \{(\xi_1, \dots, \xi_\gamma) \mid 1 \leq \xi_1 < \dots < \xi_\gamma \leq \ell\}. \quad (3.8)$$

Ко второй группе относятся формулы, которые излагаются следующей теоремой:

**Теорема 2 [5].** Пусть  $\bar{n}_2 \in \Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})$ ,  $\bar{j} \in L_1(\ell_1)$ ,  $\bar{\tau} \in L_2(\ell_2)$ ,  $(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i)$ ,  $i \in \{1, \dots, (n_0 + 1)r_1 r_2\}$  и они произвольные. Пусть через

$$f(u[n - n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta}), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)]) = 1 \mid \sigma_{\alpha, \beta} = \bar{1}, m_{\alpha, \beta}, \beta = \bar{1}, \ell_2, \alpha = \bar{1}, \ell_1$$

обозначены значения функции  $f(\dots)$ , в случае, где из множества  $X$  элементы  $u[n - n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta}), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)]$ ,  $\sigma_{\alpha, \beta} = \bar{1}, m_{\alpha, \beta}, \beta = \bar{1}, \ell_2, \alpha = \bar{1}, \ell_1$ , имеют значения 1, а остальные элементы имеют значения 0. Тогда, для  $h_{i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2]$  в (1.9) справедливо следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & h_{i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2] = \\ & = f(u[n - n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta}), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)]) = 1 \mid \sigma_{\alpha, \beta} = \bar{1}, m_{\alpha, \beta}, \beta = \bar{1}, \ell_2, \alpha = \bar{1}, \ell_1 + \\ & + \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{(\eta, \gamma, \bar{v}) \in F_1(\ell_1, \ell_2, \bar{m}, k)} \sum_{\bar{s} \in Q_\eta(\ell_1)} \sum_{\bar{\xi} \in N_\gamma(\ell_2)} \sum_{\bar{\sigma}' \in \Omega(\bar{v}, \bar{m}, \eta, \gamma)} h_{k, \eta, \gamma, \bar{v}}[\bar{j}(\bar{s}), \bar{\tau}(\bar{\xi}), \bar{n}_3(\bar{\sigma}')], GF(2). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Здесь

$$F_1(\ell_1, \ell_2, \bar{m}, k) = \{(\eta, \gamma, \bar{v}) \mid \eta \in \{1, \dots, \ell_1\}, \gamma \in \{1, \dots, \ell_2\},$$

$$\bar{v} = (v_{1,1}, \dots, v_{1,\gamma}, \dots, v_{\eta,\gamma}), \sum_{\alpha=1}^{\eta} \sum_{\beta=1}^{\gamma} v_{\alpha, \beta} = k, \quad (3.10)$$

$$v_{\alpha, \beta} \in \{0, \dots, m_{s_{\alpha, \xi_\beta}}\}, \alpha = \bar{1}, \eta, \beta = \bar{1}, \gamma, (\alpha, \beta) \in Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m}),$$

$$Q_\eta(\ell_1) = \{(s_1, \dots, s_\eta) \mid 1 \leq s_1 < \dots < s_\eta \leq \ell_1\}, \quad N_\gamma(\ell_2) = \{(\xi_1, \dots, \xi_\gamma) \mid 1 \leq \xi_1 < \dots < \xi_\gamma \leq \ell_2\}, \quad (3.11)$$

$$\bar{j}(\bar{s}) = (j_{s_1}, j_{s_2}, \dots, j_{s_\eta}), \quad \bar{\tau}(\bar{\xi}) = (\tau_{\xi_1}, \tau_{\xi_2}, \dots, \tau_{\xi_\gamma}), \quad (3.12)$$

$$\Omega(\bar{v}, \bar{m}, \eta, \gamma) = \prod_{\alpha=1}^{\eta} \prod_{\beta=1}^{\gamma} \Omega'_{v_{\alpha, \beta}}(m_{s_{\alpha, \xi_\beta}}), \quad (3.13)$$

$$\Omega'_{v_{\alpha, \beta}}(m_{s_{\alpha, \xi_\beta}}) = \{\bar{\sigma}_{\alpha, \beta} = (\sigma_{\alpha, \beta, 1}, \dots, \sigma_{\alpha, \beta, v_{\alpha, \beta}}) \mid 1 \leq \sigma_{\alpha, \beta, 1} < \dots < \sigma_{\alpha, \beta, v_{\alpha, \beta}} \leq m_{s_{\alpha, \xi_\beta}}\}, \quad (3.14)$$

$$\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{\alpha, \beta}) = (i_{\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta, 1}}, \dots, i_{\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta, v_{\alpha, \beta}}}), \quad \bar{i}_1(\bar{\sigma}') = (\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{1,1}), \dots, \bar{i}_1(\bar{\sigma}_{1,\gamma}), \dots, \bar{i}_1(\bar{\sigma}_{\eta,\gamma})) \quad (3.15)$$

$$\Delta(\eta, \gamma, \bar{v}) = \{(\alpha, \beta) \mid v_{\alpha, \beta} \text{ есть компонента } \bar{v} \text{ и } v_{\alpha, \beta} \neq 0, \alpha = \bar{1}, \eta, \beta = \bar{1}, \gamma\}. \quad (3.16)$$

$$\bar{n}_3(\bar{\sigma}') = (\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{1,1}), \dots, \bar{n}_2(\bar{\sigma}_{1,\gamma}), \dots, (\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\eta,1}), \dots, \bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\eta,\gamma}))), \quad (3.17)$$

$$\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\alpha, \beta}) = (n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta, 1}), \dots, n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta, v_{\alpha, \beta}})).$$

**4. Алгоритм построения моделей двоичных динамических систем в классе 3D - МДС.** При заданных входно-выходных значениях последовательностей системы (2.1) последовательность вычислений, приводящих к определению неизвестных коэффициентов  $h_0, h_{i,\ell_1,\ell_2,\bar{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2]$  для всех  $\bar{n}_2 \in \Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})$ ,  $(\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$ ,  $(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i)$ ,  $i \in \{1, \dots, (n_0 + 1)r_1 r_2\}$  в (2.9) можно осуществлять по следующему алгоритму:

**Шаг 0.** Для каждого  $m \in \{1, \dots, n_0 + 1\}$  построить элементов множества

$$\Gamma_1(\omega) = \{\bar{n} = (n_1(\omega), \dots, n_1(\omega)) \mid 0 \leq n_1(1) < \dots < n_1(\omega) \leq n_0\}.$$

**Шаг 1.** Для каждого  $\ell_1 \in \{1, \dots, n_0 + 1\}$  и  $\ell_2 \in \{1, \dots, n_0 + 1\}$  на основе формулы (2.5) построить элементов множества соответственно  $L_1(\ell_1)$  и  $L_1(\ell_2)$ .

**Шаг 2.** Для каждого  $t = 1, \dots, m$ ;  $m = 1, \dots, n_0 + 1$  на основе формулы (3.6) построить элементы множеств  $\Omega_t(m)$ . Для каждого  $\eta = 1, \dots, \ell$ ;  $\ell = 1, \dots, \ell_1$  на основе формулы (3.7) построить элементы множеств  $Q_\eta(\ell)$ . Для каждого  $\gamma = 1, \dots, \ell$ ;  $\ell = 1, \dots, \ell_2$  на основе формулы (3.8) построить элементы множеств  $N_\gamma(\ell)$

**Шаг 3.**  $i = 1$ .

**Шаг 4.** Построить элементы множеств  $\Phi(i)$ .  $i_1 = 0$ .

**Шаг 5.**  $k = 1$ .

**Шаг 6.** Выбрать  $k$ -й элемент  $\bar{m}$  из множеств  $\Phi(i)$ . Построить матрицу  $A(\bar{m}) = (m_{\alpha,\beta})$ ,  $\alpha = \overline{1, r_1}$ ,  $\beta = \overline{1, r_2}$ . Удаляя нулевых строк и столбца матрицы  $A(\bar{m})$  построить от нее матрицы  $B(\bar{m})$ . Если  $i_1 = 0$ , то принять  $i_1 = 1$  и перейти к шагу 7, иначе перейти к шагу 8.

**Шаг 7.**  $K\Phi 1(i, i_1) = 1$ . Запись матрицы  $B(\bar{m})$  в массив  $M\Phi(i, i_1)$ . Запись количества строк и столбцов матрицы  $B(\bar{m})$  в массив соответственно  $ML(i, i_1)$  и  $MS(i, i_1)$ . Запись матрицы  $A(\bar{m})$  в позиции массива  $M\Phi 1(i, i_1)$ , соответствующие значением  $K\Phi 1(i, i_1)$ . Перейти к шагу 12.

**Шаг 8.**  $\ell = 1$

**Шаг 9.** Если  $B(\bar{m})$  совпадает с матрицами, находящимися в массиве  $M\Phi(i, \ell)$ , тогда принимать  $K\Phi 1(i, \ell) := K\Phi 1(i, \ell) + 1$  и запись матрицы  $A(\bar{m})$  в позиции массива  $M\Phi 1(i, \ell)$ , соответствующее значениям  $K\Phi 1(i, \ell)$  и перейти к шагу 12. В противном случае перейти к шагу 10.

**Шаг 10.**  $\ell := \ell + 1$ . Если  $\ell \leq i_1$ , то перейти к шагу 9, иначе – к шагу 11.

**Шаг 11.**  $i_1 := i_1 + 1$ . Перейти к шагу 7.

**Шаг 12.**  $k := k + 1$ . Если  $k \leq |\Phi(i)|$ , то перейти к шагу 7. иначе перейти к шагу 13.

**Шаг 13.** Построить элементы множества  $F(i)$ . Для каждой  $(\ell_1, \ell_2, \bar{m}) \in F(i)$  построить элементы множества  $Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m})$  и  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})$  соответственно по формуле (2.7) и (2.8) (при построении элементов множеств  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \bar{m})$  для каждой  $(\alpha, \beta) \in Q_0(i, \ell_1, \ell_2, \bar{m})$  в качестве множеств  $\Gamma_1(m_{\alpha,\beta})$  выбирается множество  $\Gamma_1(\omega)$ , которое построено в шаге 0 при  $\omega = m_{\alpha,\beta}$ ).  $i := i + 1$ . Если  $i \leq (n_0 + 1)r_1 r_2$ , то перейти к шагу 4, иначе – к шагу 14.

**Шаг 14.**  $h_0 = f(0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0)$ .

**Шаг 15.** Для каждого  $j_1 \in \{1, \dots, r_1\}$ ,  $\tau_1 \in \{1, \dots, r_2\}$  и  $i_1 \in \{0, \dots, n_0 + 1\}$  вычислить  $h_{i_1, j_1, (\tau_1)}[(j_1), (\tau_1), (i_1)]$  по формуле (2.9).

**Шаг 16.** Для каждого  $j_1 \in \{1, \dots, r_1\}$ ,  $\tau_1 \in \{1, \dots, r_2\}$  и  $(\beta_1, \dots, \beta_i)$  (где  $0 \leq \beta_1 < \dots < \beta_i \leq n_0 + 1$ ) вычислить  $h_{i_1, j_1, (\tau_1)}[(j_1), (\tau_1), (\beta_1, \dots, \beta_i)]$  по рекуррентной формул (3.1)-(3.3).

**Шаг 17.** Для каждого  $(j_1, \dots, j_i)$  (где  $1 \leq j_1 < \dots < j_i \leq r_1$ ),  $\tau_1 \in \{1, \dots, r_2\}$  и  $\beta_\gamma \in \{0, \dots, n_0 + 1\}$ ,  $\gamma = \overline{1, i}$  вычислить  $h_{i, i, 1, (\overline{1, \dots, 1})}[(j_1, \dots, j_i), (\tau_1), ((\beta_1), \dots, (\beta_i))]$  по формуле (3.1), (3.2), (3.4).

**Шаг 18.** Для каждого  $j_1 \in \{1, \dots, r_1\}$ ,  $(\tau_1, \dots, \tau_i)$  (где  $1 \leq \tau_1 < \dots < \tau_i \leq r_2$ ), и  $\beta_\gamma \in \{0, \dots, n_0 + 1\}$ ,  $\gamma = \overline{1, i}$  вычислить  $h_{i, i, 1, (\overline{1, \dots, 1})}[(j_1), (\tau_1, \dots, \tau_i), ((\beta_1), \dots, (\beta_i))]$  по формуле (3.1), (3.2), (3.5).

**Шаг 19.**  $i = 1$ .

**Шаг 20.** Выбрать первый  $(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$  из  $F(i)$ .

**Шаг 21.** Выбрать первый  $(\bar{j}, \bar{\tau})$  из  $L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$ .

**Шаг 22.** Выбрать первый  $\bar{n}_2$  из  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$ .

**Шаг 23.**  $k = 0$ .

**Шаг 24.** Принимать:

$$h_{i, \ell_1, \ell_2, \overline{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2] = f(u[n - n_1(\alpha, \beta, \sigma_{\alpha, \beta}), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)] = \left| \sigma_{\alpha, \beta} = \overline{1, m}_{\alpha, \beta}, \beta = \overline{1, \ell_2}, \alpha = \overline{1, \ell_1} \right), GF(2).$$

**Шаг 25.** Формировать элементы множеств  $F_1(\ell_1, \ell_2, \overline{m}, k)$  по формуле (3.10). Для каждого  $(\alpha, \beta) \in \{1, \dots, \eta\} \times \{1, \dots, \gamma\}$  на основе формулы (3.14) формировать элементы множеств  $\Omega'_{v_{\alpha, \beta}}(m_{s_{\alpha, \xi_\beta}})$ . Формировать элементы множеств  $\Omega(\bar{v}, \overline{m}, \eta, \gamma)$  на основе формулы (3.13). Формировать элементы множеств  $\Delta(\eta, \gamma, \bar{v})$  по формуле (3.16). Формировать векторы  $\bar{i}'_1(\bar{\sigma}')$  и  $\bar{n}_3(\bar{\sigma}')$  на основе формуле соответственно (3.15) и (3.17).

**Шаг 26.** Используя рекуррентных формул (3.1)-(3.5) вычислить:

$$S = \sum_{(\eta, \gamma, \bar{v}) \in F_1(\ell_1, \ell_2, \overline{m}, k)} \sum_{\bar{s} \in Q_\eta(\ell_1)} \sum_{\bar{\xi} \in N_\gamma(\ell_2)} \sum_{\bar{\sigma}' \in \Omega(\bar{v}, \overline{m}, \eta, \gamma)} h_{k, \eta, \gamma, \bar{v}}[\bar{j}(\bar{s}), \bar{\tau}(\bar{\xi}), \bar{n}_3(\bar{\sigma}')], GF(2).$$

Вычислить:

$$h_{i, \ell_1, \ell_2, \overline{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2] = h_{i, \ell_1, \ell_2, \overline{m}}[\bar{j}, \bar{\tau}, \bar{n}_2] + S.$$

**Шаг 27.**  $k := k + 1$ . Если  $k \leq i - 1$ , то перейти к шагу 25, иначе – к шагу 28.

**Шаг 28.** Если все элементы множества  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$  выбраны, то перейти к шагу 29, иначе выбрать следующий элемент  $\bar{n}_2$  из  $\Gamma(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$  и перейти к шагу 23.

**Шаг 29.** Если все элементы множества  $L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$  выбраны, то перейти к шагу 30, иначе выбрать следующий элемент  $(\bar{j}, \bar{\tau})$  из  $L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$  и перейти к шагу 22.

**Шаг 30.** Если все элементы множества  $F(i)$  выбраны, то перейти к шагу 31, иначе выбрать следующий элемент  $(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$  из  $F(i)$  и перейти к шагу 21.

**Шаг 31.**  $i := i + 1$ . Если  $i \leq (n_0 + 1)r_1r_2$ , то перейти к шагу 20, иначе – к шагу 32.

**Шаг 32.** Стоп.

**5. Вывод.** Изложен алгоритм построения моделей трехпараметрических двоичных динамических систем, т.е. динамических систем над полем Галуа GF(2), в классе 3D-модулярных динамических систем. Это алгоритм может быть реализован на алгоритмических языках Pascal, Delphi и т.д.

#### Литература

1. Блюмин С.Л., Корнеев А.М. Дискретное моделирование систем автоматизации и управления: монография. Липецкий эколого-гуманитарный институт. Липецк: ЛЭГИ, 2005. 124 с.
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2010, 384 с.
3. Фараджев Р.Г. Линейные последовательностные машины. М.: Сов.радио, 1975, 248 с.

4. Фейзиев Ф.Г., Фараджева М.Р. Модулярные последовательностные машины: Основные результаты по теории и приложению. Баку: Изд-во Элм, 2006, 234 с.
5. Ф.Г. Фейзиев, З.А. Самедова. Полиномиальное соотношение для представления полной реакции 3D-нелинейных модулярных динамических систем// г. Киев, Электронное моделирование. 2011, Т.33, №2, С. 33-50.

UOT 519.95

F.G. Feyziyev, M.R. Mehdiyeva, Z.A. Səmədova

**İkilik dinamik sistemlərin 3D-modulyar dinamik sistemlər sinfində modellərinin qurulması algoritmi**

*Üçparametrik ikilik dinamik sistemlərin, yəni  $GF(2)$  meydanı üzərində dinamik sistemlərin, 3D-modulyar dinamik sistemlər sinfində modellərinin qurulması algoritminin işlənməsi məsələsinə baxılır.*

**Açar sözlər:** üçparametrik ikilik dinamik sistemlər, 3D-modulyar dinamik sistemlər, 3D-modulyar dinamik sistemlər sinfində modellər

F.G. Feyziyev, M.R. Mehdiyeva, Z.A. Samedova

**The algorithm for construction of models of dynamic binary systems in class 3D modular dynamic systems**

*The problem of developing an algorithm for constructing models of three dimensional binary dynamic systems, i.e. dynamical systems over Galois fields  $GF(2)$ , in the class of 3D modular dynamic systems is considered.*

**Keywords:** three dimensional binary dynamic systems, 3D modular dynamic system, model in class of 3D non-linear modular dynamical system

Сумгаитский Государственный Университет  
Бакинский Государственный Университет  
Азербайджанский Университет Языков

Представлено 31.10.14