

UOT 51.330

S.Y. HÜSEYNOV

## BUL PROQRAMLAŞDIRMASI MƏSƏLƏSİNİN HƏNDƏSİ TƏSVİRİNƏ ƏSASLANARAQ İKİ MƏCHULA EYİNİ ZAMANDA QIYMƏT SEÇMƏKLƏ SUBOPTIMAL HƏLLİN QURULMASI

*İşdə çoxməhdudiyətli Bul proqramlaşdırması məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün həndəsi təsvirə əsaslanan bir üsul işlənmişdir. Bu üsulda məlum həll üsullarından fərqli olaraq, eyni zamanda məchulların ikisini seçib qiymətləndirməklə suboptimal həll qurulur. Məchulların iki-iki seçilməsi həndəsi təsvirdə öz əksini tapır. Hesablama eksperimentləri də bu yanaşmanın məlum olan bir-bir seçmə alqoritmlərindən daha effektiv olduğunu göstərir.*

**Açar sözlər:** Bul proqramlaşdırması məsələsi, suboptimal həll, həndəsi təsvir, məchulların iki-iki seçilməsi, hesablama eksperimentləri

**1. Giriş.** Bir çox iqtisadi və texniki layihələşdirmə məsələlərinin riyazi modelləri Bul proqramlaşdırması məsələsi şəklindədir. Bu məsələnin optimal, yaxud suboptimal həllərinin tapılması üçün çoxsaylı elmi işlər və monoqrafiyalar hazırlanmışdır [1, s.65; 2, s.113; 3, s.310; 4, s.205; 5, s.275; 6, s.124] və s. Lakin Bul proqramlaşdırması məsələsində dəyişənlərin sayı çox olduqda məsələnin optimal həllinin real zaman müddətində tapılması çətinləşir. Çünki, bu məsələ NP- tam sinfinə daxildir. Başqa sözlə, bu məsələnin optimal həllinin tapılması üçün polinomial zaman mürəkkəbliyinə malik üsullar yoxdur. Ona görə də, həmin məsələlərin suboptimal (təqribi) həll üsulları [7, s.1447; 8, s.54; 9, s.56; 10, s.77; 11, s.316; 12, s.71] və s. işlənməsinə tələbat yaranır. Yaranan suboptimal həll üsullarının da verdiyi həllərlə kifayətlənmək olmur. Bəzən müxtəlif tipli məsələlərin həlli zamanı qurulan suboptimal həllər optimal həlldən ciddi şəkildə fərqlənir. Bu baxımdan da effektiv həll üsullarının işlənməsi vacib məsələ olaraq gündəmdə qalır.

Məchulların iki-iki seçilib qiymətləndirilməsi üçün suboptimal həll üsuluna [12] işində baxılıb. Bu işdə işlənən üsulda isə suboptimal həllin qurulması zamanı məchulların iki-iki seçimi məsələnin həndəsi təsvirinə əsaslanıb.

Məlumdur ki,  $k$  sayda vahid olduğunu optimal həll üçün qəbul etsək, onda optimal həllin qurulması üçün  $C_n^k$  qədər həllərə nəzər yetirməklə onların içərisində ən yaxşısını seçməliyik. Optimal həlldə isə vahidlərin sayı üçün əvvəlcədən qərar vermək mümkün olmur. Əgər məlum üsullarla həllin qurulması prosesində  $C_n^k$  sayda həllərə baxıb onların içərisində ən yaxşısını seçsək, xeyli miqdarda vaxt tələb olunduğunu bilərik. Aydındır ki, həllin qurulması üçün  $C_n^2 = n(n-2)/2$  qədər variantlarda seçim,  $C_n^1 = n$  sayda variat seçimindən səmərəlidir. Məchulların ikisindən artıq sayını eyni zamanda qiymətləndirmək üçün də həll üsulları yarana bilər. Bu zaman isə məsələnin həlli üçün sərf oynanan kompyuter vaxtı eksponensial sürətlə artmış olur. Beləliklə də məchulların eyni zamanda ikisinin seçilib qiymətləndirilməsi üzərində dayanırıq. Həll prosesi zamanı iki-iki seçim mümkün olmadıqda qalan məchullar məlum bir-bir seçmə alqoritmləri ilə qiymətləndirilir. Nəticədə Bul proqramlaşdırma məsələsinin suboptimal həlli qurulmuş olur.

**2. Məsələnin qoyuluşu.** Aşağıdakı kimi verilən Bul proqramlaşdırma məsələsinə baxaq.

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (2.2)$$

$$x_j = 0 \vee 1 \quad (j = \overline{1, n}). \quad (2.3)$$

Burada ümumiliyi pozmadan qəbul edirik ki,  $a_{ij} \geq 0, b_i > 0, c_j > 0, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$  verilmiş

ədəldir. (2.1)-(2.3) məsələsinin suboptimal (təqribi) həllərinin qurulması üçün məlum olan üsullarda ixtiyari  $x_{j^*}$  məchulunun qiymətləndirilməsi zamanı alınmış kriteriyalar

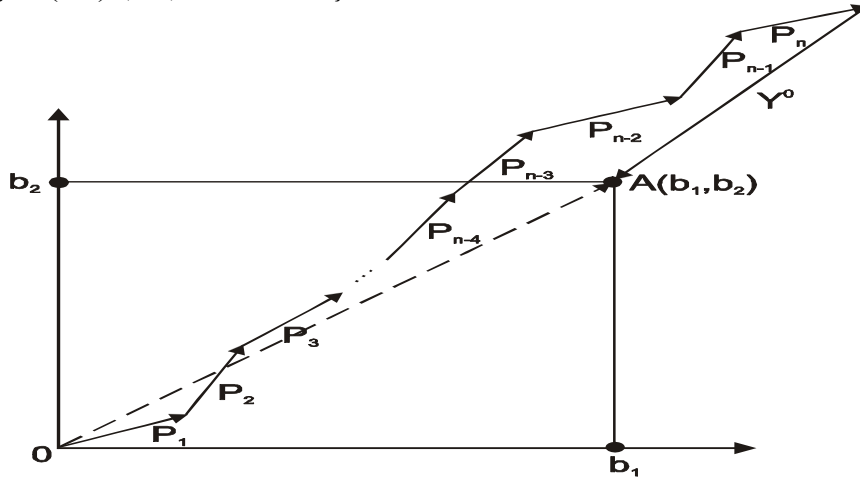
$$j^* = \text{arq} \max_j \frac{c_j}{v_j} \quad (2.4)$$

şəklindədir. Məlum suboptimal həll üsulları buradakı  $v_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) kəmiyyətlərinin seçilməsi ilə bir-birindən fərqlənirlər. (2.1)-(2.3) məsələsinin iqtisadi mahiyyətinə nəzər yetirsək görərik ki,  $c_j$  ( $j = \overline{1, n}$ )-lər  $j$ -ci obyektin seçilməsindən qazılan gəliri,  $a_{ij}$ -lər ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ) çəkilmiş xərcləri,  $b_i$ -lər ( $i = \overline{1, m}$ ) isə ayrılmış vəsaitləri göstərir. Bu baxımdan da (2.4) kriteriyasının əsas mahiyyəti hər vahid xərcə düşən gəlirdən maksimalının seçilməsidir. Tapılmış  $v_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) kəmiyyətləri  $j$ -ci obyektin seçilməsi üçün çəkilən ümumi xərcləri göstərir. Bu işdə isə  $j_1^*$  və  $j_2^*$  nömrələrini seçib  $x_{j_1^*}$  və  $x_{j_2^*}$  məchullarına hər ikisinə eyni zamanda qiymətləndirməyə imkan verən üç kriteriya alınmışdır.

**3. Üsulun əsaslandırılması.** (2.1)-(2.3) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün həndəsi təsvirə əsaslanaraq təklif olunan alqoritm üçün aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$P_0 = (b_1, b_1, \dots, b_m)^T, P_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^T, (j = \overline{1, n}).$$

Əvvəlcədən  $\overrightarrow{OA} = (b_1, b_1, \dots, b_m)$  və  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (0, 0, \dots, 0)$  olduğunu qəbul edirik. Onda  $m = 2$  halı üçün (2.1)-(2.3) məsələsini şəkil 1 kimi həndəsi təsvir edə bilərik.



Şəkil 1.

(2.1)-(2.3) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması müəyyən  $j_1^*$  və  $j_2^*$  nömrələrinin seçilib onlara  $x_{j_1^*} := 1$  və  $x_{j_2^*} := 1$  qiymətlərinin verilməsinə əsaslanır. Hər hansı  $x_{j_1^*} := 1$  və  $x_{j_2^*} := 1$  qəbul olunması  $P_{j_1^*} + P_{j_2^*}$  vektorları cəminin seçilməsi deməkdir. Şəkildən aydındır ki, elə  $P_{j_1^*} + P_{j_2^*}$  vektoru seçilməlidir ki, bu vektor  $\overrightarrow{OA}$  vektoru ilə mümkün qədər kiçik bucaq əmələ gətirsin. Çünki məsələnin optimal həllini verən vektorlar cəminin uc nöqtəsi  $A(b_1, b_1, \dots, b_m)$  nöqtəsinin yaxın ətrafındadır. Bu isə öz növbəsində o deməkdir ki, optimal həllin tapılması zamanı  $P_0 = (b_1, b_1, \dots, b_m)^T$  vektorundan mümkün qədər tamamilə istifadə olunmuşdur.  $P_{j_1^*} + P_{j_2^*}$  və  $\overrightarrow{OA}$  vektorlar arasındakı iti bucağın kiçik olması,  $\cos((P_{j_1^*} + P_{j_2^*}), \overrightarrow{OA})$  ədədinin böyük olması deməkdir. Burada

$$\cos((P_{j_1} + P_{j_2}), \overline{OA}) = \left\{ \sum_{i=1}^m (a_{ij_1} + a_{ij_2}) b_i \right\} / \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^m (a_{ij_1} + a_{ij_2})^2 \right\} \times \left\{ \sum_{i=1}^m b_i^2 \right\}}.$$

Onda (1)-(3) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün seçiləsi məchulların  $j_1^*$  və  $j_2^*$  nömrələri aşağıdakı düsturlardan tapılmalıdır.

$$(j_1^*, j_2^*) = \operatorname{arqmax}_{j_1, j_2} \left\{ \cos((P_{j_1} + P_{j_2}), \overline{OA}) \right\}$$

Burada (2.1) funksiyanın maksimal olmasını nəzərə almalıyıq. Beləliklə, yekun olaraq aşağıdakı kriteriyaların:

$$(j_1^*, j_2^*) = \operatorname{arqmax}_{j_1, j_2} \left\{ (c_{j_1} + c_{j_2}) \cos((P_{j_1} + P_{j_2}), \overline{OA}) \right\} \quad (3.1)$$

Bu kriteriya ilə yanaşı aşağıdakı iki kriteriya da analogi qaydada çıxarıla bilər:

$$(j_1^*, j_2^*) = \operatorname{arqmax}_{j_1, j_2} \left\{ \frac{(c_{j_1} + c_{j_2}) \cos((P_{j_1} + P_{j_2}), \overline{OA})}{|P_j|} \right\} \quad (3.2)$$

$$(j_1^*, j_2^*) = \operatorname{arqmax}_{j_1, j_2} \left\{ \frac{(c_{j_1} + c_{j_2})}{\cos((P_{j_1} + P_{j_2}), \overline{OA})} \right\} \quad (3.3)$$

(3.2) kriteriyasının əsas mahiyyəti, seçilmiş vektor istiqamətində funksionalın həmin vektorun uzunluğuna nisbətinin maksimal olmasıdır. (3.3) kriteriyasında isə əsas mahiyyət, seçilmiş bucağa nəzərən funksionalın artımının maksimal olmasıdır.

Aldığımız hər üç kriteriya (2.4) kriteriyasının daha ümumi şəkli olan

$$(j_1^*; j_2^*) = \operatorname{arqmax}_{j_1, j_2} \left\{ (c_{j_1} + c_{j_2}) / (v_{j_1} + v_{j_2}) \right\} \quad (3.4)$$

formasındadır. Burada  $v_{j_1} + v_{j_2}$  cəmləri aşağıdakı üç halda seçilir.

$$I. v_{j_1} + v_{j_2} = \frac{1}{\cos((P_{j_1}^* + P_{j_2}^*), \overline{OA})}$$

$$II. v_{j_1} + v_{j_2} = \frac{|P_{j_1}^* + P_{j_2}^*|}{\cos((P_{j_1}^* + P_{j_2}^*), \overline{OA})}$$

$$II. v_{j_1} + v_{j_2} = \cos((P_{j_1}^* + P_{j_2}^*), \overline{OA})$$

Qeyd edək ki, [13] işində (1.1)-(1.3) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün məchulların bir-bir seçilib qiymətləndirilməsi zamanı bu tipli kriteriyalar çıxarılmışdır. Bu işdə isə suboptimal həllin qurulması prosesində eyni zamanda iki dəyişənin qiymətləndirilməsinə baxılıb. Əgər bu mümkün olmadıqda isə [13] işində olan bir-bir seçim kriteriyalarından istifadə olunur.

Beləliklə, hər üç kriteriya ilə (1.1)-(1.3) məsələsinin suboptimal həlli aşağıdakı kimi qurulur.

Əgər bütün  $i (i = \overline{1, m})$  nömrələri üçün  $a_{ij_1^*} + a_{ij_2^*} \leq b_i$  şərtləri ödənilərsə, onda  $x_{j_1^*} := 1$  və  $x_{j_2^*} := 1$  qeyd edib  $b_i := b_i - a_{ij_1^*} - a_{ij_2^*}$ ,  $(i = \overline{1, m})$  qəbul etməklə yenidən (3.1) kriteriyası ilə növbəti  $j_1^*$  və  $j_2^*$  nömrələrini seçirik. (3.1) kriteriyası ilə hər bir növbəti məchul nömrələrini

seçməzdən qabaq (2.2) bərabərsizliyinin sağ tərəflərində olan  $b_i (i = \overline{1, m})$  kəmiyyətlərini bərabərləşdirmək lazımdır. Yəni,  $b_i, (i = \overline{1, m})$  kəmiyyətləri arasında olan fərqlilik aradan qalxır və  $b_i \neq 0 (i = \overline{1, m})$  üçün  $a_{ij} := a_{ij}/b_i$  və  $b_i := 1 (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$  qəbul edirik. Bu hesablama prosesi o vaxta qədər davam etdirilir ki, artıq (3.1) kriteriyası ilə növbəti yeni  $j_1^*$  və  $j_2^*$  nömrələri seçildikdən sonra  $x_{j_1^*} = x_{j_2^*} = 1$  qəbul etmək mümkün olmur. Bu zaman qalan məchulların qiymətləndirilməsi [13] işində verilmiş bir-bir seçmə alqoritmlərindən istifadə etməklə müəyyən olur. Nəticədə (2.1)-(2.3) məsələsinin suboptimal həlli qurulmuş olur.

**4.Hesablama eksperimentlərinin nəticələri.** İşdə çıxarılmış kriteriyaların keyfiyyətlərini yoxlamaq məqsədilə müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində çoxsaylı hesablama eksperimentləri aparılmışdır. Eksperimentlər zamanı məsələlərin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyən təsadüfi ədədlər kimi seçilmişdir:

$$0 \leq a_{ij} \leq 999, \quad 0 < c_j \leq 999, d_j = 10, \quad b_i = \left[ 0.5 \sum_{j=1}^n a_{ij} d_j \right], (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}).$$

Burada  $[Z]$  işarəsi  $Z$  ədədinin tam hissəsini göstərir.

Bundan əlavə həmin məsələlər [13] işində təklif olunmuş məchulların bir-bir seçilməsi ilə bağlı üsullarla da həll olunmuşdur. Nəticələr aşağıdakı cədvəllərdə verilmişdir.

Qeyd edək ki, hər eyni ölçülü məsələdən 10 dənə müxtəlif məsələ həll olunmuşdur.

**Cədvəl 1.** ( $m \times n = 10 \times 500$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	114942	110896	120193	113134	114384	119431	115728	112528	115798	111518
$f_2$	115007	110900	120215	113134	114461	119431	116044	112915	115798	111875
$f_3$	114942	110994	120256	113237	114403	119431	115728	112701	116017	111603
$f_4$	114790	110896	120218	113459	114583	119431	115801	112648	115903	111744

**Cədvəl 2.** ( $m \times n = 10 \times 1000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	216642	221746	248861	237338	225638	226621	238190	238442	229343	226892
$f_2$	216642	221746	248912	237977	225741	226621	238390	238805	229800	226611
$f_3$	218056	221746	248861	237475	225603	227009	238403	238661	229751	227001
$f_4$	216709	221746	248905	237400	225603	226804	238224	238500	229343	226892

**Cədvəl 3.** ( $m \times n = 10 \times 2000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	468542	472007	459930	468097	479693	475686	453135	470593	462833	472724
$f_2$	468542	472007	460009	468166	479904	475811	453135	470622	463005	472964
$f_3$	468542	472019	460188	468100	479771	475772	453135	470971	462911	473010
$f_4$	468542	472331	460009	468153	479804	457760	453135	470781	462876	472724

**Cədvəl 4.** ( $m \times n = 10 \times 5000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5
$f_1$	1166152	1166483	1168407	1165186	1161587
$f_2$	1166814	1166923	1168511	1165186	1161600
$f_3$	1166706	1166640	1168802	1165186	1161597

$f_4$	1166210	1166504	1168944	1165186	1161755
-------	---------	---------	---------	---------	---------

$N$	6	7	8	9	10
$f_1$	1164031	1176080	1160503	1147228	1171674
$f_2$	1164511	1176104	1160666	1147460	1171877
$f_3$	1164244	1176415	1160708	1147322	1172004
$f_4$	1164330	1176180	1160844	1147300	1171764

**Cədvəl 5.** ( $m \times n = 20 \times 500$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	112918	121897	119162	123346	114858	114077	115327	114988	118664	115209
$f_2$	113004	121897	119350	123504	114923	114154	114507	110076	118723	115209
$f_3$	112918	121897	119844	123612	116011	114110	115458	115143	118871	115209
$f_4$	112973	121897	119499	123645	116900	114077	115803	145000	118750	115209

**Cədvəl 6.** ( $m \times n = 20 \times 1000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	227624	235237	228055	226456	228533	238312	230406	237702	229391	225961
$f_2$	227804	235777	228055	226508	228600	238650	230801	238120	229444	225961
$f_3$	227910	235541	228055	226880	228911	228499	230772	238000	229501	225961
$f_4$	227804	235237	228055	226741	228600	228499	230882	237702	229745	225961

**Cədvəl 7.** ( $m \times n = 20 \times 2000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	461463	467774	459541	465799	469234	462451	470961	469432	466363	476826
$f_2$	461746	468005	459788	466017	469720	462756	471156	469590	466363	476826
$f_3$	462000	467851	459660	465800	469561	462958	471000	469855	466363	476905
$f_4$	461463	467902	459541	465800	469820	462670	470961	469709	466363	477013

**Cədvəl 8.** ( $m \times n = 20 \times 5000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5
$f_1$	1175159	1177749	1175641	1160815	1150119
$f_2$	1175813	1177749	1175641	1161056	1150119
$f_3$	1175200	1177785	1175641	1160766	1150119
$f_4$	1175200	1178021	1175641	1160980	1150119

$N$	6	7	8	9	10
$f_1$	1164872	1155739	1154524	1166093	1172049
$f_2$	1164923	1156032	1154822	1166555	1172334
$f_3$	1165000	1155821	1154900	1166791	1172800
$f_4$	1165123	1155906	1154524	1166108	1172411

**Cədvəl 9.** ( $m \times n = 50 \times 500$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	110122	121518	114011	112386	110346	119213	116559	117072	113827	121181
$f_2$	110486	121518	114277	112386	110499	119213	116882	117241	113876	121250

$f_3$	110822	121991	114156	112386	110844	119505	116704	117072	114003	121366
$f_4$	110486	121704	114156	112386	110570	119666	116748	117151	113933	121438

**Cədvəl 10.** ( $m \times n = 50 \times 1000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	232488	231584	228734	223940	231331	229412	221121	225213	233947	227870
$f_2$	232909	231584	228734	224017	231714	229503	221144	225213	234200	227900
$f_3$	232581	231990	228734	223991	231644	229801	221333	225666	234109	228109
$f_4$	232600	231715	228734	223957	231510	229555	221440	225304	234126	227888

**Cədvəl 11.** ( $m \times n = 50 \times 2000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	455415	460752	463553	468801	467029	467802	467822	459928	488780	470421
$f_2$	455683	460904	463700	469077	467129	467802	468053	459928	488780	470809
$f_3$	455803	461074	463621	468801	467081	467802	467822	459980	488780	470607
$f_4$	455710	460752	463884	468857	467503	467802	468001	460013	488780	470421

**Cədvəl 12.** ( $m \times n = 50 \times 5000$  ölçülü məsələlərin nəticələri)

$N$	1	2	3	4	5
$f_1$	1161293	1154247	1145794	1144730	1152756
$f_2$	1161708	1154247	1145794	1145421	1152811
$f_3$	1161293	1154247	1150112	1144936	1152958
$f_4$	1161981	1154247	1145877	1144853	1153207

$N$	6	7	8	9	10
$f_1$	1161143	1164700	1175694	1180550	1177697
$f_2$	1161143	1164903	1175694	1180611	1177816
$f_3$	1161894	1165001	1176112	1180879	1177923
$f_4$	1161888	1164855	1175694	1180685	1178014

**Cədvəl 13.** (müxtəlif üsulların eyni məsələlər üzərində analizi)

$m \times n$	$10 \times 500$	$10 \times 1000$	$10 \times 2000$	$10 \times 5000$	$20 \times 500$	$20 \times 1000$	$20 \times 2000$
$N_1$	0	0	0	0	0	0	0
$N_2$	4	5	4	4	2	3	4
$N_3$	3	4	3	2	4	3	3
$N_4$	2	0	1	3	2	2	2

**Cədvəl 14.** (müxtəlif üsulların eyni məsələlər üzərində analizi)

$m \times n$	$200 \times 5000$	$50 \times 500$	$50 \times 1000$	$50 \times 2000$	$50 \times 5000$
$N_1$	0	0	0	0	0
$N_2$	3	3	4	3	1
$N_3$	3	4	3	2	5
$N_4$	2	2	2	3	3

Cədvəllərdə aşağıdakı işarələmələr qəbul olunmuşdur:

$N$  – məsələlərin nömrələridir;

$f_1$ , – [13, s.110] işində təklif olunmuş ən yaxşı həll verən kriteriya ilə (2.1) funksionalının aldığı uyğun qiymətlərdir;

$f_2, f_3, f_4$  – bu işdə təklif olunmuş üsulda (3.1), (3.2) və (3.3) kriteriyalarına əsasən məchulların iki-iki seçilməsi ilə (2.1) funksionalının aldığı uyğun qiymətlərdir.

$N_1$  və [13,s.110] işindəki ən yaxşı həll verən kriteriya ilə bir-bir seçmə üsullarının 10 dənə eyni ölçülü müxtəlif məsələ içərisində daha yaxşı olan həllərin sayıdır.

$N_2, N_3$  və  $N_4$  isə bu işdə təklif olunmuş iki-iki seçmə üsullarının (3.1), (3.2) və (3.3) kriteriyaları ilə qurulmuş həllərin 10 dənə eyni ölçülü müxtəlif məsələyə görə uyğun olaraq, daha yaxşı olanlarının sayıdır.

Üsulun proqramı Delphi 7 proqramlaşdırma dili ilə qurulmuş və böyük ölçülü məsələlər üzərində çoxsaylı hesablama eksperimentləri aparılmışdır. Hesablama eksperimentləri zamanı cədvəllərdə suboptimal həllərin qurulmasına sərf olunan zaman göstərilməyib. Çünki, hər bir kriteriya ilə baxılan həllərin sayı  $C_n^1 = n$  və ya  $C_n^2 = n(n-1)/2$  sayda olduğundan bu həllərin qurulması üçün lazım olan vaxt saniyələrlə ölçülür.

Qeyd edək ki, [13] işindəki ən yaxşı kriteriya ilə aparılmış hesablama eksperimentləri daha böyük ölçülü məsələlər üçün [14, s.51] işində aparılıb. Bu baxımdan da bu üsul üçün aparılmış hesablama eksperimentlərinin nəticələri [14] işində aparılan hesablama eksperimentləri ilə müqayisə olunub.

Cədvəl 13 və 14-dən görüldüyü kimi xeyli miqdarda məsələlərdən ən yaxşı həlli tapılan məsələlərin sayı 10-dan kiçikdir. Bu onunla bağlıdır ki, bütün kriteriyalara görə qurulmuş həllər eyni olmuşdur.

**5.Nəticə.** Cədvəllərdən görünür ki, məchulların iki-iki seçilib qiymətləndirilməsinə əsaslanan üsullar məchulların bir-bir seçilib qiymətləndirilməsi ilə müqayisədə bütün hallarda pis olmamışdır. Bu nəticə isə [13] işində isbat olunmuş teoremə tamamilə uyğundur.

#### Ədəbiyyat

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. Емеличев В.А., Комлик В.Н. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации. М. Наука, 1981, 208 ст.
3. Михалевич В.С., Кукса А.И. Методы последовательной оптимизации, М. Наука, 1983.
4. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. Киев, «Наукова Думка», 1988, 471 ст.
5. Kellerer H., Pferschy U. Pisinger D. Knapsack problems. Springer-Verlog, Berlin, Heidelberg, New-york, 2004, 546 p.
6. Мамедов К.Ш. Исследование по целочисленной оптимизации, (методы, алгоритмы и вычислительное эксперименты), LAP Lambert Academic Publishing (Германия), 2012, 270 ст.
7. Бабаев Дж.А., Мамедов К.Ш., Мехтиев М.Г. Методы построения субоптимальных решений многомерной задачи о ранце // ЖВМ и МФ, 1978, Т.28, № 6, с.1443-1453.
8. Сергиенко И.В., Лебедева Т.Т., Роцин В.А. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации.- Киев, «Наукова Думка», 1980.
9. Нуриев У.Г. Об одном алгоритме решения многомерной задачи о ранце. Ж. Изв. НАН Азерб. Сер. Физ.-тех. и матем. наук, 2001, т.21, №2 с. 54-58.
10. Мамедов К.Ш., Мусаева Т.М. Методы построения приближенных решений многомерной задачи о ранце и нахождение верхней оценки оптимума // Ж. «Автоматика и Вычислительная Техника», 2004, №5, ст.72-82.
11. Mamedov K.Sh., Huseynov S. Ya. Methods of Constructing Suboptimal Solutions of Integer Programming Problems and Successive Improvement of these Solutions // Automatic Control and Computer Sciences, 2007, Vol. 41, №6. pp. 312-319 Allerton Press. Inc.
12. К.Ş. Мəммədov, N.N. Мəммədov, S.Y. Hüseynov. Bir məhdudiyətli tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinin məchullara iki-iki qiymət verməklə suboptimal həlli. AMEA-nın xəbərləri, Fizika-texnika və riyaziyyat

elmləri seriyası , XXXIII cild, Bakı, “ЕЛМ”, 2013, № 3, səh.70-74.

13. Hüseynov S.Y. Bul proqramlaşdırma məsələsinin suboptimal həllərinin tapılması üçün bəzi alqoritmlər. AMEA-nın xəbərləri fiz.-tex.və riyaziyyat elmləri seriyası. XXIII cild, Bakı-“Elm”, 2003, səh.109-112.
14. Hüseynov S.Y. Tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin suboptimal həllərinin tapılması üsullarının və uyğun proqram kompleksinin işlənməsi. Riyaziyyat elmləri üzrə fələfə doktoru alimlik dərəcəsi üçün dissertasiya. s.1-141, Bakı-2008.

**S.Ya. Guseynov**

**Constructing suboptimal solution based on its geometric representation and the principle of simultaneous selection of two unknown in a Boolean programming problem**

*In this paper, a method is developed for constructing suboptimal solution based on its geometric representation in a Boolean programming problem. This method is based on the principle of simultaneous selection of two unknown values. In the case where such a choice does not take, then the process continues to calculate the known choice of unknowns by one. Computational experiments have shown that this approach is more efficient than known methods.*

**Keywords:** suboptimal solution for Boolean programming, selection criterion for two unknowns, the computational experiments

УДК-51.330

**С.Я. Гусейнов**

**Разработка метода построения субоптимального решения задачи Булевого программирования на основе её геометрического представления**

*Этот метод основан по принципу одновременного выбора значения неизвестных по два. В случае, когда такой выбор невозможен, процесс вычисления продолжается по известному выбору неизвестных по одному. Вычислительные эксперименты показали, что такой подход более эффективен по сравнению с известными методами.*

**Ключевые слова:** Булево программирование, субоптимальное решение, критерии выбора неизвестных по два, вычислительные эксперименты

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 09.09.14