Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXV, No.6, 2015
www.icp.az/2015/6-03.pdf

UOT 519.852.6

K.Ş. MƏMMƏDOV, A.H. MƏMMƏDOVA

ƏMSALLARI İNTERVALLAR OLAN BUL PROQRAMLAŞDIRMASI MƏSƏLƏSİ ÜÇÜN LAQRANJ TİPLİ FUNKSİYANIN QURULMASI VƏ ONUN XASSƏLƏRİ

Əmsalları tamədədli intervallar olan Bul proqramlaşdırması məsələsi üçün Laqranj tipli funksiya qurulmuşdur. Bu funksiyanın bəzi xassələri isbat olunmuşdur. Göstərilmişdir ki, bu funksiyanı minimallaşdırmaqla məsələnin optimist və pessimist qiymətlərinin uyğun olaraq yuxarı sərhədlərini tapmaq olar. Nəticədə hər hansı təqribi həllin (suboptimist və ya subpessimist) mütləq və ya nisbi xətasını asanlıqla qiymətləndirmək olar.

Açar sözlər: intervallı Bul proqramlaşdırması məsələsi, optimist, pessimist, suboptimist,subpessimist həll, Laqranj tipli funksiya, yuxarı sərhəd

1. Giriş.

Aşağıdakı kimi məsələyə baxaq:

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j \to max \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j \le [\underline{b}_i,\overline{b}_i], \qquad i=\overline{1,m}, \tag{1.2}$$

$$x_j = 0 \vee 1 \ , \qquad j=\overline{1,n} \quad . \tag{1.3}$$

Fərz edirik ki, $\underline{c}_j,\overline{c}_j,\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij},\underline{b}_i,\overline{b}_i$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$ verilmiş mənfi olmayan tam ədədlərdir. Bu məsələyə ədəbiyyatda intervallı Bul proqramlaşması məsələsi və ya verilənəri intervallar olan Bul proqramlaşması məsələsi də deyilir. Bu işlərdə (1.1)-(1.3) məsələsinin müxtəlif sinifləri üçün həll alqoritmləri işlənmişdir. Qeyd edək ki, sabit əmsallı Bul proqramlaşma məsələsi “çətin həll olunan”, yəni, NP-tam sinifdə olan məsələ olduğundan, onun ümumiləşməsi olan (1.1)-(1.3) məsələsi də NP-tam sinfindədir. Ona görə də, müxtəlif müəlliflər tərəfindən bu məsələlər üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmiş, uyğun həll alqoritmləri işlənmişdir [1, s.189; 2, s.1629; 3, s.786; 4, s.118; 5, s.316; 6, s.87; 7, s.48; 8, s.125; 9, s.164 və s.] Təbii ki, optimist və pessimist həllərin tapılması alqoritmlərinin zaman mürəkkəbliyi eksponensial tərtibdən olacaqdır. Ona görə də, bu məsələlərin suboptimist və subpessimist (təqribi) həll alqoritmləri işlənmişdir. Lakin, bu zaman həmin təqribi həllərin optimist və pessimist həllərdən, uyğun olaraq, xətasının qiymətləndirilməsi tələbatı meydana gəlir. Bəzi müəlliflər baxılan məsələdəki məchulların tam olması şərtini nəzərə almadan, yəni, məsələnin mümkün həllər oblastını genişləndirməklə alınan kəsilməz məsələnin (xətti proqramlaşdırma məsələsinin) optimal qiymətini tapib, buna diskret məsələnin optimal qiymətinin yuxarı sərhəddi kimi baxirlar. Lakin, məsələnin ölçüləri böyük olduqda və ya eyni bir üsulda bir neçə məsələ həll olunduqda bu cür yanaşma həm kompüter vaxtı, həm də yaddaş nöqteyi -nəzərindən ciddi problemlər yarada bilər.

Biz bu işdə (1.1)-(1.3) məsələsinin optimist və pessimist qiymətlərinin yuxarı sərhədlərini asanlıqla tapmaq üçün Laqranj tipli funksiya qurmuşuq və onun bəzi xassələrini aşkara çıxarmışıq.

2. Məsələnin qoyuluşu. Əvvəlcə [8, s.125; 9, s.164] işinə əsaslanaraq aşağıdakı tərifləri verək.

Tərif 1. (1.1)-(1.3) məsələsinin mümkün həlli elə n ölçülü ikilik $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ vektoruna deyilir ki, $\forall\, a_{ij}\in[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]$, $\forall\, b_i\in[\underline{b}_i,\overline{b}_i]$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$ tam ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq \ b_i \ , \qquad i = \overline{1,m}$$

şərtləri ödənilsin.

Bu tərifdən sonra qeyd etmək lazımdır ki, məlum Bul proqramlaşdırması məsələsindən fərqli olaraq, (1.1)-(1.3) məsələsində optimal həll, optimal qiymət və s. anlayışları yeni məna daşımalıdır. Belə ki, (1.2) sisteminin ödənilməsi üçün müəyyən intervallar cəminin qeyd olunmuş intervaldan böyük olmaması və bu zaman (1.1) funksiyasına görə uyğun intervallar cəminin ən böyük və yaxud mümkün qədər böyük olması kimi yeni anlayışlar verməliyik. Bu məqsədlə, biz aşağıdakı tərifləri də veririk.

Tərif 2. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ mümkün həllinə o zaman optimist həll deyəcəyik ki,

$$f^o = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o$$

ədədi maksimal (ən böyük) olsun. f^o ədədinə (1.1) - (1.3) məsələsinin optimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 3. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ mümkün həllinə o zaman pessimist həll deyəcəyik ki,

$$f^p = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

ədədi maksimal (ən böyük) olsun. f^p ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin pessimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 4. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ mümkün həllinə o zaman suboptimist həlli deyəcəyik ki,

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so}$$

ədədi müəyyən bir kriteriyaya görə maksimal qiymət alsın, yaxud mümkün qədər böyük olsun. f^{so} ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin suboptimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 5. (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ mümkün həllinə o zaman subpessimist həlli deyəcəyik ki,

$$f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

ədədi müəyyən bir kriteriyaya görə maksimal qiymət alsın, yaxud mümkün qədər böyük olsun. f^{sp} ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin subpessimist qiyməti deyəcəyik.

Fərz edək ki, müəyyən bir üsul vasitəsilə (1.1)-(1.3) məsələsinin f^{so} $-$suboptimist və f^{sp} $-$ subpessimist qiymətləri tapılmışdır. Bunların optimist və pessimist qiymətlərindən xətasını tapmaq üçün, uyğun olaraq onların yuxarı sərhədlərini bilməliyik. Bu məqsədlə, (1.3) şərtinin əvəzinə $0 \leq x_j \leq 1, \ j = \overline{1,n}$ qəbul etməklə, uyğun xətti proqramlaşdırma məsələsi həll etmək olar. Lakin, böyük ölçülü xətti proqramlaşdırma məsələləri də kifayət qədər kompüter vaxtı tələb edir. Nəzərə alaq ki, verilmiş (1.1)-(1.3) məsələsi üçün suboptimst və subpessimist həllərin tapılması zamanı sağ tərəfləri qeyd etməklə, çoxlu sayda xətti proqramlaşdırma məsələləri həll olunmalıdır. Ona görə də, yuxarı sərhədlərin tapılması üçün xətti proqramlaşdırma aparatından istifadə etmək məqsədəuyğun deyil. Biz suboptimist və subpessimist qiymətlərin yuxarı sərhədlərinin daha sürətlə tapılması üçün (1.1)-(1.3) məsələsinə uyğun Laqranj tipli funksiya qurub, onun bəzi xassələrini aydınlaşdırmışıq.

3. Optimist və pessimist qiymətlərin yuxarı sərhədlərinin tapılması.

Əvvəlcə (1.1)-(1.3) məsələsi üçün Laqranj funksiyasını quraq:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j + \sum_{i=1}^{m} \left([\underline{b}_i, \overline{b}_i] - \sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}] x_j \right) \lambda_i$$

və ya

$$L(X, \Lambda) = \sum_{i=1}^{m} [\underline{b}_i, \overline{b}_i]\, \lambda_i + \sum_{j=1}^{n} \left([\underline{c}_j, \overline{c}_j] - \sum_{i=1}^{m} [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]\, \lambda_i \right) x_j \ . \tag{3.1}$$

Burada $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ işarə olunub.

Qeyd edək ki, (1.1)-(1.3) məsələsinin optimist və pessimist həlləri üçün (3.1) Laqranj funksiyası ayrı-ayrı formada olmalıdır. Belə ki, optimist və pessimist həllərə uyğun olaraq

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j \quad , \qquad \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j$$

funksiyalarının qiyməti maksimal olmalıdır. Optimist həllə görə Laqranj funksiyasını $L^o(X, \Lambda)$, pessimist həllə görə isə $L^p(X, \Lambda)$ ilə işarə edək. Onda

$$L^o(X, \Lambda) = \sum_{i=1}^{m} [\underline{b}_i, \overline{b}_i]\, \lambda_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\, \lambda_i \right) x_j \ , \tag{3.2}$$

$$L^p(X, \Lambda) = \sum_{i=1}^{m} [\underline{b}_i, \overline{b}_i]\, \lambda_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij}\, \lambda_i \right) x_j \tag{3.3}$$

olar. Qeyd olunmuş $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ və $\lambda_i \geq 0,\ i = \overline{1, m}$ ədədləri üçün (3.2) və (3.3) funksiyaları xətti funksiyalardır. Onda

$$L^o(X, \Lambda) \leq \max_{0 \leq x_j \leq 1} \left\{ \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\, \lambda_i \right) x_j \right\} =$$
$$= \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j \in \omega^o} (\overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\, \lambda_i) \equiv L^o(\Lambda).$$

$$L^p(X, \Lambda) \leq \max_{0 \leq x_j \leq 1} \left\{ \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij}\, \lambda_i \right) x_j \right\} =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j \in \omega^p} (\underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij} \lambda_i) \equiv L^p(\Lambda)$$

alarıq. Beləliklə,

$$L^o(\Lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j \in \omega^o} (\overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij} \lambda_i) \tag{3.4}$$

və

$$L^p(\Lambda) = \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i + \sum_{j \in \omega^p} (\underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij} \lambda_i) \tag{3.5}$$

Burada optimist və pessimist həllərə görə ω^o və ω^p çoxluqları aşağıdakı kimi təyin olunurlar.

$$\omega^o = \left\{ j \mid \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\}, \qquad \omega^p = \left\{ j \mid \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\}.$$

Qeyd edək ki, (3.4) və (3.5) funksiyalarında x_j , $j = \overline{1,n}$ dəyişənləri iştirak etmədiyindən, onlara Laqranj tipli funksiyalar deyəcəyik.

Aşağıdakı teoremi isbat edək.

Teorem 1. (1.1)-(1.3) məsələsinin f^o -optimist və f^p- pessimist qiymətləri üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur.

$$f^o \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \qquad f^p \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m).$$

Burada

$$L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j \in \omega^o} \overline{c}_j + \sum_{i=1}^{m} (b_i - \sum_{j \in \omega^o} \underline{a}_{ij}) \lambda_i ,$$

$$L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j \in \omega^p} \underline{c}_j + \sum_{i=1}^{m} (b_i - \sum_{j \in \omega^p} \overline{a}_{ij}) \lambda_i ,$$

$$\omega^o = \left\{ j \mid \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\}, \qquad \omega^p = \left\{ j \mid \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij} \lambda_i > 0 \right\},$$

b_i , $i = \overline{1,m}$ isə $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $i = \overline{1,m}$ intervalında olan qeyd olunmuş ədədlərdir.

İsbatı. (1.1) funksiyasında

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j = f$$

işarə edib, bunun hər tərəfini $-1 - \partial$ və

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j \le [\underline{b}_i,\overline{b}_i]\,, \qquad i=\overline{1,m}$$

bərabərsizliklərinin hər tərəfini isə uyğun olaraq $\lambda_i \ge 0,\ i=\overline{1,m}$ parametrlərinə vurub, tərəf-tərəfə toplayaq.

$$-\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j+\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j)\,\lambda_i \le\ -f+\sum_{i=1}^{m}[\underline{b}_i,\overline{b}_i]\lambda_i.$$

Buradan

$$f \le \sum_{i=1}^{m}[\underline{b}_i,\overline{b}_i]\lambda_i+\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j-\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j)\,\lambda_i$$

və ya

$$f \le \sum_{i=1}^{m}[\underline{b}_i,\overline{b}_i]\lambda_i+\sum_{j=1}^{n}\left\{[\underline{c}_j,\overline{c}_j]-\sum_{i=1}^{m}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]\lambda_i\right\}x_j\ . \tag{3.6}$$

Burada optimist və pessimist strategiyaları nəzərə alsaq, f^o -optimist və f^p- pessimist qiymətləri üçün (3.6) münasibəti aşağıdakı formada olar:

$$f^o \le \sum_{i=1}^{m}[\underline{b}_i,\overline{b}_i]\lambda_i+\sum_{j=1}^{n}\left\{\overline{c}_j-\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}\lambda_i\right\}x_j\ , \tag{3.7}$$

$$f^p \le \sum_{i=1}^{m}[\underline{b}_i,\overline{b}_i]\lambda_i+\sum_{j=1}^{n}\left\{\underline{c}_j-\sum_{i=1}^{m}\overline{a}_{ij}\lambda_i\right\}x_j\ . \tag{3.8}$$

(3.7) və (3.8) münasibətlərinin sağ tərəfləri hər bir qeyd olunmuş $b_i \in [\underline{b}_i,\overline{b}_i]$ və $\lambda_i \ge 0$, $i=\overline{1,m}$ ədədləri üçün xətti funksiyalardır.Bu funksiyaların maksimal qiymətləri üçün uyğun olaraq

$$\overline{c}_j-\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}\lambda_i>0\ , \qquad \underline{c}_j\ -\sum_{i=1}^{m}\overline{a}_{ij}\lambda_i\ >0$$

olduqda $x_j=1$, əks halda isə $x_j=0$ olmalıdır. Onda, (3.7) və (3.8) münasibətləri uyğun olaraq aşağıdakı kimi olar:

$$f^o \le \sum_{i=1}^{m}b_i\lambda_i+\sum_{j\in\omega^o}(\,\overline{c}_j-\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}\lambda_i)=L^o(\Lambda) \tag{3.9}$$

$$f^p \le \sum_{i=1}^{m}b_i\lambda_i+\sum_{j\in\omega^p}(\underline{c}_j-\sum_{i=1}^{m}\overline{a}_{ij}\lambda_i)=L^p(\Lambda) \tag{3.10}$$

Burada

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \qquad \omega^o = \left\{ j \mid \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\lambda_i > 0 \right\}, \qquad \omega^p = \left\{ j \mid \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij}\lambda_i > 0 \right\}.$$

Qeyd edək ki, (3.9) və (3.10) bərabərsizlikləri $\forall\lambda_i \geq 0$ $(i = \overline{1,m})$ parametrləri üçün doğru olduğundan, həmin münasibətlər sağ tərəflərə minimal qiymət verən $\lambda_i \geq 0$ $(i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün də doğru olar. Yəni,

$$f^o \leq \min_{\lambda_i \geq 0} L^o(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \qquad f^p \leq \min_{\lambda_i \geq 0} L^p(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m).$$

Teorem 1 isbat olundu.

Bundan əlavə aşağıdakı teoremləri də isbat etmişik. Lakin məqalənin həcmini nəzərə alaraq bunların isbatlarını vermirik.

Teorem 2. $L^o(\Lambda)$ və $L^p(\Lambda)$ funksiyaları hissə-hissə xətti, kəsilməz, diferensiallanmayan və qabarıq funksiyalardır.

Bu teoremdən nəticə olaraq alınır ki, $L^o(\Lambda)$ və $L^p(\Lambda)$ funksiyalarının dəqiq minimal qiymətləri var.

Teorem 3. Əgər f_l^o və f_l^p- ədədləri optimist və pessimist məsələyə uyğun xətti proqramlaşdırma məsələlərinin maksimal qiymətləridirsə, onda

$$\min_{\Lambda \geq 0} L^o(\Lambda) = f_l^o \qquad və \qquad \min_{\Lambda \geq 0} L^p(\Lambda) = f_l^p$$

olar.

Teorem 3 onu göstərir ki, əgər $L^o(\Lambda)$ və $L^p(\Lambda)$ funksiyalarının minimallaşdırılması üçün asan yerinə yetirilən alqoritmlər işləsək, bunun nəticəsi uyğun xətti proqramlaşdırma məsələsinin maksimal qiyməti ilə eyni olar.

Beləliklə $L^o(\Lambda)$ və $L^p(\Lambda)$ funksiyalarını minimallaşdırmaqla (1.1) funksiyasının f^o -optimist və f^p- pessimist qiymətləri üçün yuxarı sərhədləri taparıq.

Nəticədə, aşağıdakı münasibətləri yazmaq olar.

$$f^{\boldsymbol{so}} \leq f^o \leq \min_{\Lambda \geq 0} L^o(\Lambda), \quad f^{\boldsymbol{sp}} \leq f^p \leq \min_{\Lambda \geq 0} L^p(\Lambda)$$

İndi isə $\overline{f}^{\boldsymbol{o}} = \min_{\Lambda \geq 0} L^o(\Lambda)$ və $\overline{f}^{\boldsymbol{p}} = \min_{\Lambda \geq 0} L^p(\Lambda)$ işarə edək. Onda (1.1)-(1.3) məsələsində $f^{\boldsymbol{so}}$- suboptimist və $f^{\boldsymbol{sp}}$- subpessimist qiymətlərinin mütləq və nisbi xətalarını uyğun olaraq aşağıdakı kimi hesablayarıq:

$$\Delta^{so} \leq \overline{f}^{\boldsymbol{o}} - f^{\boldsymbol{so}}, \qquad \Delta^{sp} \leq \overline{f}^{\boldsymbol{p}} - f^{\boldsymbol{sp}},$$

$$\delta^{so} \leq (\overline{f}^{\boldsymbol{o}} - f^{\boldsymbol{so}}) / \overline{f}^{\boldsymbol{o}}, \qquad \delta^{sp} \leq (\overline{f}^{\boldsymbol{p}} - f^{\boldsymbol{sp}}) / \overline{f}^{\boldsymbol{p}}.$$

Nəticə. Teorem 1-dən görünür ki, f^o –optimist və f^p –pessimist qiymətləri uyğun Laqranj tipli funksiyanın istənilən qiymətindən böyük ola bilməz.Deməli onların minimal qiymətlərindən də böyük ola bilməz.

Beləliklə, qurduğumuz Laqranj tipli $L^o(\Lambda)$ və $L^p(\Lambda)$ funksiyalarını minimallaşdırmaqla suboptimist və subpessimist həllərin optimist və pessimist həllərdən olan uyğun xətalarını qiymətləndirə bilərik.

Ədəbiyyat

1. Libura M. Integer programming problems with inexact objective function // Contr. And Cybern. -1980. –Vol.9, N 4.- c. 189-202.
2. Ватолин А.А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами// ЖВМ и МФ. - 1984.- Т. 24, N 11.- с. 1629-1637.
3. Рощин В.А., Семенова Н.В., Сергиенко И.В. Декомпозиционный подход к решению некоторых задач целочисленного программирования с неточными данными // ЖВМ и МФ.-1990. - Т. 30, N 5.- с. 786-791.
4. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A. *L*-class enumeration algorithms for knapsack problem with interval data // International Conference on Operations Research: Book of Abstracts. – Duisburg, 2001. – c. 118.
5. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A., Kolosov A.P. *L*- class enumeration algorithms for one discrete production planning problem with interval input data // Computers and Operations Research, Volume 36, İssue 2, February 2009.- c. 316-324.
6. Девятерикова М.В., Колоколов А.А., Колосов А.П. Алгоритмы перебора L –классов для булевой задачи о рюкзаке с интервальными данными // Материалы III Всероссийской конференции “Проблемы оптимизации и экономическое приложение”- Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006.- с. 87.
7. Emelichev V.A., Podkopaev D.P. Quantitative stability analysis for vector problems of 0-1 programming, “Discrete Optimitation”, 2010, N7, c.48-63.
8. Məmmədov K.Ş., Hüseynov S.Y., Məmmədova A.H. Əmsalları intervallar olan çanta məsələsində suboptimist və subpessimist həll anlayışları və onların qurulması üsulları // AMEA-nin “Xəbərlər” jurnalı, 2013, N6, s 125-131.
9. Məmmədov K.Ş., Məmmədova A.H. Verilənləri intervallar olan Bul proqramlaşdırması məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması üsulları // AMEA-nin “ Xəbərlər” jurnalı, 2014, N3, s 164-173.

УДК 519.854

К.Ш. Мамедов, А.Г. Мамедова

Построение функции типа Лагранжа для Булевого программирования с интервальными коэффициентами и ее свойства

Построена функция типа Лагранжа для задачи Булевого программирования с интервальными коэффициентами. Доказаны некоторые свойства этой функции. Показано, что минимизацией этой функции можно определить верхние границы оптимистического и пессимистического значения целевой функции. В результате оцениваются погрешности приближенных (субоптимистических и субпессимистических) решений от оптимистического и пессимистического значения соответственно.

Ключевые слова: интервальная задача Булевого программирования, оптимистические, пессимистические, субоптимистические, субпессимистические решения, функция типа Лагранжа, верхняя граница

K.Sh. Mammadov, A.H. Mammadova

Constructing a Lagrangian function for the Boolean programming problem with interval coefficients and its properties

The authors construct a Lagrangian function for the Boolean programming problem with interval coefficients. Some properties of this function are proved. It is shown that upper bounds of the optimist and pessimist solutions of the problem can be found by minimization of this function. As a result, absolute and relative errors of any approximate (suboptimist or subpessimist) solution can be easily estimated.

Keywords: interval Boolean programming problem, optimist, pessimist, suboptimist, subpessimist solutions, Lagrangian function, upper bound

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 25.05.2015