Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXV, No.6, 2015
www.icp.az/2015/6-04.pdf

УДК 519.21

Э.М. НЕЙМАНОВ, Дж. ЯПАР, Э.А. ИБАЕВ

ПРОИЗВОДЯЩАЯ ФУНКЦИЯ ЧИСЛА СКАЧКОВ СЛОЖНОГО ПРОЦЕССА ПОЛУМАРСКОГО БЛУЖДАНИЯ, ПРИ КОТОРОМ ПРОЦЕСС ВПЕРВЫЕ ДОСТИГАЕТ УРОВНЯ НУЛЬ

Построен сложный процесс полумарковского блуждания. Найдена производящая функция числа скачков, при котором процесс впервые пересекает уровень нуль.

Ключевые слова: случайная величина, процесс полумарковского блуждания, производящая функция

1. Введение. В работе [1] найдена асимптотика и получены оценки для распределения времени первого прохождения случайным блужданием фиксированного и растущего уровней. В [2] найдены вероятностные характеристики процесса полумарковского блуждания с двумя отражающими экранами. В [3] найден явный вид преобразования Лапласа по времени и преобразования Лапласа-Стильтьеса по фазе безусловного распределения процесса с отражающим экраном в нуле. В [4] найдена производящая функция числа шагов до первого пересечения уровня нуль процессом полумарковского блуждания с отрицательным сносом, положительными скачками.

В данной работе найдена производящая функция числа скачков сложного процесса, при котором процесс впервые достигает уровня нуль.

2. Постановка задачи. Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P}(\cdot))$ задана последовательность независимых между собою, одинаково распределенных положительных случайных величин ξ_k^+, η_k^+, ξ_k^-, η_k^-. Предположим, что случайная величина ξ_k^+, $k=\overline{1,\infty}$, имеет экспоненциальное распределение.

Обозначим

$$\tau_k^{\pm} = \sum_{i=1}^{k} \xi_i^{\pm}; \quad k = 1, 2, \dots; \qquad \tau_0^{\pm} = 0,$$

$$S_k = S_{k-1} + \eta^+_{v^+(\tau^-_{k-1}+0)} + \dots + \eta^+_{v^+(\tau^-_k)} - \eta_k^-, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где $S_0 = z$.

$v^{\pm}(t) = \min\left\{k: \sum_{i=1}^{k+1} \xi_k^{\pm} > t\right\}$ – число положительных или отрицательных скачков процесса $X^{\pm}(t)$ за время t.

$$X^{\pm}(t) = \sum_{i=1}^{v^{\pm}(t)} \eta_i^{\pm}.$$

Процесс

$$X(t) = S_{k-1} + \eta^+_{v^+(\tau^-_{k-1}+0)} + \dots + \eta^+_{v^+(\tau^-_k)} - \eta_k^-, \text{ если } \tau^-_{k-1} < t < \tau^-_k$$

назовем сложным процессом полумарковского блуждания.

Через v_0 обозначим число скачков процесса $X(t)$, при котором он впервые пересекает уровень нуль.

Цель – найти производящую функцию числа скачков сложного процесса, при котором он впервые достигает уровня нуль.

3. Метод решения. Пусть $k \geq 2$. Тогда по формуле полной вероятности имеем

$$P\{v_0 = k |\, X(0) = z\} =$$

$$= \int\limits_{y=0}^{\infty} P\{z + X^+(\xi_1^-) - \xi_1^- > 0,\ \ z + X^+(\xi_1^-) - \xi_1^- \in dy\}\, P\{v_1^0 = k-1 \mid X(0) = y\}\,.$$

Обе части умножим на u^k и просуммируем по $k \geq 2$, $0 < u \leq 1$.

$$\sum_{k=1}^{\infty} u^k\, P\{v_0 = k \mid X(0) = z\} = \tag{3.1}$$

$$= \int\limits_{y=0}^{\infty} P\{z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- > 0;\ z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- \in dy\} \sum_{k=2}^{\infty} u^{k-1}\, P\{v_1^0 = k-1 \mid X(0) = y\}\,.$$

Обозначим

$$\Psi_0(u \mid z) = \sum_{k=1}^{\infty} u^k\, P\{v_0 = k \mid X(0) = z\}\,.$$

Очевидно, что

$$u\, P\{v_0 = 1 \mid X(0) = z\} = u\, P\{z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- < 0\} \tag{3.2}$$

Из (3.1) и (3.2) получим, что

$$\Psi_0(u \mid z) = u\, P\{z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- < 0\} +$$

$$+u \int\limits_{y=0}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y\, P\{z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- > 0;\ z + X^+(\xi_1^-) - \eta_1^- < y\}\,.$$

Упростим это уравнение.

По формуле полной вероятности имеем

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{z + h - \eta_1^- < 0\}\, dP\,\{X^+(\xi_1^-) < h\} +$$

$$+u \int\limits_{y=0}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{z + h - \eta_1^- > 0;\ z + h - \eta_1^- < y\}\, d_h P\{X^+(\xi_1^-) < h\}\,.$$

Проведем упрощения

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- > z + h\}\, dP\,\{X^+(\xi_1^-) < h\} +$$

$$+u \int\limits_{y=0}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{z + h - y < \eta_1^- < z + h\}\, d_h P\,\{X^+(\xi_1^-) < h\}\,.$$

По условию

$$X^+(\xi_1^-) = \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+.$$

Тогда имеем

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int_{h=0}^{\infty} P\{z + h - \eta_1^- < 0\}\, dP \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\} -$$
$$-u \int_{y=0}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h P \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\}. \qquad (3.3)$$

Во второй строке под интегралом под переменной h должно быть $z + h - y > 0 \;\Rightarrow\; h > y - z$.

Но $h > 0$, поэтому $h \geq \max(0, y - z)$. Учитывая это неравенство в (3.3), имеем

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^0 > z + h\}\, dP \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\} -$$
$$-u \int_{y=0}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int_{h=\max(0,y-x)}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h P \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\}.$$

Очевидно, что

$$\max(0, y - z) = \begin{cases} 0, & y < z, \\ y - z, & y > z\,. \end{cases}$$

Тогда последнее уравнение примет вид

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1 > z + h\}\, dP \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\} -$$
$$-u \int_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h P \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\} -$$
$$-u \int_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int_{h=y-z}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h P \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\}. \qquad (3.4)$$

Упростим выражение

$$P \left\{ \sum_{i=1}^{v^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h \right\}$$

в (3.4).

Применим формулу полной вероятности

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- > z+h\}\, d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{\nu^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h\right\} d_t P(\xi_1^- < t) - \quad (3.5)$$

$$-u \int\limits_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\}\, d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{\nu^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h\right\} d_t P(\xi_1^- < t) -$$

$$-u \int\limits_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=y-z}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\}\, d_h P \int\limits_{t=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{\nu^+(\xi_1^-)} \eta_i^+ < h\right\} d_t P(\xi_1^- < t).$$

В (3.5) применим формулу полной вероятности

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- > z+h\} d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_i^+ < h\right\} P\{\nu^+(t) = m\} d_t P(\xi_1^- < t) -$$

$$-u \int\limits_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\}\, d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_i^+ < h\right\} \times$$

$$\times P\{\nu^+(t) = m\} d_t P(\xi_1^- < t) - u \int\limits_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=y-z}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\} \times -$$

$$\times\ d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_i^+ < h\right\} P\{\nu^+(t) = m\} d_t P(\xi_1^- < t). \quad (3.6)$$

Итак, получили интегральное уравнение для $\Psi_0(u \mid z)$, в случае, когда ξ_1^+ имеет экспоненциальное распределение решим его.

Пусть

$$P\{\xi_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda_{\pm} t}, & t > 0,\ \lambda_{\pm} > 0, \end{cases}$$

$$P\{\eta_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\mu_{\pm} t}, & t > 0,\ \mu_{\pm} > 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Упростим (3.6)

$$\Psi_0(u \mid z) = u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- > z+h\}\, d_h P\{0 < h\} \int\limits_{t=0}^{\infty} P\,\{\nu^+(t) = 0\}\ d_t P(\xi_1^- < t) +$$

$$+u \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- > z+h\}\, d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_1^+ < h\right\} P\,\{\nu^+(t) = m\}\ d_t P(\xi_1^- < t) -$$

$$-u \int\limits_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\}\, d_h P\{0 < h\} \int\limits_{t=0}^{\infty} P\,\{\nu^+(t) = 0\}\ d_t P(\xi_1^- < t) -$$

$$-u \int\limits_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int\limits_{h=0}^{\infty} P\{\eta_1^- < z+h-y\}\, d_h \int\limits_{t=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_1^+ < h\right\} P\,\{\nu^+(t) = m\} \times$$

$$\times d_t P(\xi_1^- < t) - u \int_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \int_{h=y-z}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h \times$$

$$\times \int_{t=0}^{\infty} P\{0 < h\}\, P\,\{\nu^+(t) = 0\}\; d_t P(\xi_1^- < t) - u \int_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y)\, d_y \times$$

$$\times \int_{h=y-z}^{\infty} P\{\eta_1^- < z + h - y\}\, d_h \int_{t=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{m} \eta_1^+ < h\right\} P\,\{\nu^+(t) = m\}\, d_t P(\xi_1^- < t). \quad (3.8)$$

Если учитывать (3.7) в (3.8), то получим интегральное уравнение для $\Psi_0(u \mid z)$.

$$\Psi_0(u \mid z) = \lambda_-\, u\, P\,\{\eta_1^- > z\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)} d_t +$$

$$+\lambda_- \mu_+ u \int_{h=0}^{\infty} P\,\{\eta_1^- > z + h\} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\mu_+ h)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} dh \int_{t=0}^{\infty} \frac{(\lambda_+ t)}{m!} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)t} +$$

$$+\lambda_- u \int_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y) d_y P\,\{\eta_1^- < z - y\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)t} dt -$$

$$+\lambda_- \mu_- \mu_+ u \int_{y=0}^{z} \Psi_0(u \mid y) \int_{h=0}^{\infty} e^{-\mu_-(z+h-y)} \int_{t=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\mu_+ h)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} dh \frac{(\lambda_+ t)}{m!} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)t} -$$

$$-\lambda_- u \int_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y) d_y P\,\{\eta_1^- < z - y\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)t} dt -$$

$$-\lambda_- \mu_- \mu_+ u \int_{y=z}^{\infty} \Psi_0(u \mid y) \int_{h=y-z}^{\infty} e^{-\mu_-(z+h-y)} \int_{t=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\mu_+ h)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} dh \frac{(\lambda_+ t)}{m!} e^{-(\lambda_+ + \lambda_-)t}.$$

Дальше имеем

$$\Psi_0(u \mid z) = \frac{\lambda_- u}{\lambda_+ + \lambda_-} e^{-\mu_- z} + \frac{\lambda_+ \lambda_- \mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2} e^{-\mu_- z} \int_{h=0}^{\infty} e^{-\mu_- h} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda_+ \mu_+ h}{\lambda_+ + \lambda_-}\right)^m}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} +$$

$$+\frac{\lambda_- \mu_- u}{\lambda_+ + \lambda_-} e^{-\mu_- z} \int_{y=0}^{z} e^{\mu_- y} \Psi_0(u \mid y) dy +$$

$$+\lambda_- \mu_- \mu_+ u e^{-\mu_- z} \int_{y=0}^{z} e^{\mu_- y} \Psi_0(u \mid y) \int_{h=0}^{\infty} e^{-\mu_- h} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\mu_+ h)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} \frac{\lambda_+^m}{m!} \frac{m!}{(\lambda_+ + \lambda_-)^m} +$$

$$+\frac{\lambda_- \mu_- u}{\lambda_+ + \lambda_-} e^{-\mu_- z} \int_{y=z}^{\infty} e^{\mu_- y} \Psi_0(u \mid y) dy +$$

$$+\lambda_- \mu_- \mu_+ u e^{-\mu_- z} \int_{y=z}^{\infty} e^{\mu_- y} \Psi_0(u \mid y) \int_{h=y-z}^{\infty} e^{-\mu_- h} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\mu_+ h)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\mu_+ h} \frac{\lambda_+^m}{m!} \frac{m!}{(\lambda_+ + \lambda_-)^m}.$$

Наконец-то получим интегральное уравнение

$$\Psi_0(u\mid z)=\frac{\lambda_- u}{\lambda_+ + \lambda_-}e^{-\mu_- z}+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}e^{-\mu_- z}\int\limits_{h=0}^{\infty} e^{-\mu_- h}\, e^{\frac{\mu_+\lambda_+ h}{\lambda_+ + \lambda_-}}\, e^{-\mu_+ h}\,dh+$$
$$+\frac{\lambda_-\mu_- u}{\lambda_+ + \lambda_-}e^{-\mu_- z}\int\limits_{y=0}^{z} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)dy+$$
$$+\frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}e^{-\mu_- z}\int\limits_{y=0}^{z} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)\int\limits_{h=0}^{\infty} e^{-\mu_- h}\, e^{\frac{\mu_+\lambda_+ h}{\lambda_+ + \lambda_-}}\, e^{-\mu_+ h}\,dh+$$
$$+\frac{\lambda_-\mu_- u}{\lambda_+ + \lambda_-}e^{-\mu_- z}\int\limits_{y=z}^{\infty} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)dy+$$
$$+\frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}e^{-\mu_- z}\int\limits_{y=z}^{\infty} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)\int\limits_{h=y-z}^{\infty} e^{-\mu_- h}\, e^{\frac{\mu_+\lambda_+ h}{\lambda_+ + \lambda_-}}\, e^{-\mu_+ h}\,dh\,. \qquad (3.9)$$

Из (3.9) имеем дифференциальное уравнение

$$\Psi''(u\mid z)+\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-}-\mu_+ + \mu_-\right)\Psi'(u\mid z)+$$
$$+\left(\frac{\lambda_+\mu_+\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-}-\mu_+\mu_- - \frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\right)\Psi(u\mid z)=0\,. \qquad (3.10)$$

Его граничные условия

$$\left.\begin{aligned}
&\Psi_0(u\mid 0)=\frac{\lambda_- u}{\lambda_+ + \lambda_-}+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\int\limits_{h=0}^{\infty} e^{-\left(\mu_- - \frac{\lambda_+\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_-}+\mu_+\right)h}\,dh+\frac{\lambda_-\mu_- u}{\lambda_+ + \lambda_-}\times\\
&\times\int\limits_{y=0}^{\infty} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)dy+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\int\limits_{y=0}^{\infty} e^{\mu_- y}\Psi_0(u\mid y)\int\limits_{h=y}^{\infty} e^{-\left(\mu_- - \frac{\lambda_+\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_-}+\mu_+\right)h}\,dhdy,\\
&\Psi'_0(u\mid 0)=-\mu_-\Psi_0(u\mid 0)+\frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\int\limits_{y=0}^{\infty}\Psi_0(u\mid y)e^{\left(\frac{\lambda_+\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_-}-\mu_+\right)y}dy
\end{aligned}\right\} \qquad (3.11)$$

Общее решение (3.11) следующее

$$\Psi(u\mid z)=C_1(u)e^{k_1(u)z}+C_2(u)e^{k_2(u)z}.$$

Характеристическое уравнение уравнения (3.10) следующее

$$K^2(u)+\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-}-\mu_+ + \mu_-\right)\mathrm{K}(u)+\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-}-\mu_+\mu_- - \frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\right)=0\,. \qquad (3.12)$$

Из (3.11) получим систему алгебраических уравнений относительно $C_1(u)$ и $C_2(u)$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2}\left\{1-\frac{\lambda_-\,\mu_- u}{(\lambda_+ + \lambda_-)[\mu_- - k_i(u)]}-\frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{\lambda_-(\mu_+ + \mu_-)+\lambda_+\mu_-}\,\frac{1}{\lambda_-\mu_+ - (\lambda_+ + \lambda_-)k_i(u)}\right\}C_i(u) = \\ \qquad = \frac{\lambda_-\,u}{\lambda_+ + \lambda_-}-\frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2(\mu_+ + \mu_-)+\lambda_+\mu_+(\lambda_+ + \lambda_-)}\,, \\ \sum_{i=1}^{2}\left\{k_i(u)+\mu_- - \frac{\lambda_-\lambda_+\mu_+ u}{(\mu_+ + \mu_-)^2}\,\frac{1}{\mu_+ - \frac{\lambda_+\,\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_-} - k_i(u)}\right\}C_i(u) = 0. \end{cases} \qquad (3.13)$$

Воспользуюсь характеристическим уравнением (3.12) в (3.13) приходим к одному уравнению, откуда находим $C_1(u)$

$$C_1(u) = \\ = \frac{\frac{\lambda_-\,u}{\lambda_+ + \lambda_-}+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2(\mu_+ + \mu_-)+\lambda_+\mu_+(\lambda_+ + \lambda_-)}}{1-\frac{\lambda_-\,\mu_- u}{(\lambda_+ + \lambda_-)[\mu_- - k_1(u)]}-\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)(\mu_+ + \mu_-)-\lambda_+\mu_+}\,\frac{1}{\lambda_-\mu_+ - (\lambda_+ + \lambda_-)k_1(u)}}.$$

Наконец-то, получим, что

$$\Psi_0(u \mid z) = C_1(u)\, e^{k_1(u)\, z}.$$

4. Выводы. Найдена производящая функция числа скачков, процесса, при котором он впервые пересекает уровень нуль.

Полученный результат есть производящая функция распределения периода занятости в системе массового обслуживания с одним прибором, пуассоновским поступающим потоком, экспоненциальным распределением обслуживания и ожиданием.

Литература

1. Borovkov A.A. On the asymptotic behavior of the distributions of first-passage. Mat. Zametki, 75(1):24–39, 2004.
2. Khaniev, T. A., Unver, I., Maden, S. 2001. “On the semi-Markovian random walk with two reflecting barriers”, Stochastic Analysis and Applications, 19 (5), 799-819.
3. Т.И.Насирова, Э. М. Нейманов, Э.А.Ибаев. Преобразование Лапласа-Стильтьеса распределения процесса полумарковского блуждания с отражающим экраном в нуле. Проблемы управления и информатики. № 1, 2015. с.97-104.
4. Бабаев Ш.А. Нахождение производящей функции числа шагов до первого достижения уровня нуль полумарковским блужданием. Изв. БГУ, 2005, №1, с. 31-36.

UOT 519.21

E.M. Neymanov, C. Yapar, E.A. İbayev

Mürəkkəb semimarkov dolaşma prosesinin birinci dəfə sıfır səviyyəsinə çatması üçün atılan addımlar sayını doğuran funksiya

Mürəkkəb semimarkov dolaşma prosesi qurulur. Sonra bu prosesin birinci dəfə sıfır səviyyəsini keçməsi üçün atılan addımlar sayını doğuran funksiya tapılır.

Açar sözlər: təsadüfi kəmıyyətlər, semimarkov dolaşma prosesi, doğuran funksiya

Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXV, No.6, 2015
www.icp.az/2015/6-04.pdf

E.M. Neymanov, C. Yapar, E.A. Ibayev

Generating function of the number of jumps it takes a complex semimarkov random walk process to first reach the zero level

A complex semimarkov random walk process is constructed and the generating function of the number of jumps it takes a complex semimarkov random walk process to first reach the zero level is obtained.

Keywords: random variables, semimarkov random walk process, generating function

Институт Систем Управления НАН Азербайджана Представлено 31.08.2015