Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXV, No.6, 2015
www.icp.az/2015/6-06.pdf

УДК 519.216

Т.А. АЛИЕВ, Н.Ф. МУСАЕВА, М.Т. СУЛЕЙМАНОВА, Б.И. ГАЗЫЗАДЕ

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОМЕХИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЕЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Разработаны технологии вычисления параметров распределения помехи с нулевым математическим ожиданием. Показана возможность применения этих параметров для построения дифференциальной функции распределения помехи. Рассмотрен случай, когда помеха подчиняется нормальному закону распределения.

Ключевые слова: стохастический процесс, помеха, параметры распределения, дифференциальная функция распределения

1. Введение. Известно, что сигналы, которые поступают от датчиков и передаются по линии связи, искажаются и воспроизводятся с некоторой ошибкой. Причиной таких ошибок являются искажения сигналов в канале связи и помехи, воздействующие на сигнал. При этом, если известна природа возникновения помехи и она регулярная, то существует множество методов ее устранения [1, с.46-94]. Однако в большинстве случаев помехи заранее неизвестны и поэтому не могут быть полностью устранены. Помехи весьма разнообразны как по своему происхождению, так и по физическим свойствам. В зависимости от места их возникновения помехи бывают: атмосферные, промышленные (индустриальные), космические, электризационные, помехи посторонних каналов связи; внутренние шумы [2, с.20-21].

Атмосферные помехи обусловлены электрическими процессами в атмосфере и, прежде всего, грозовыми разрядами. Промышленные помехи возникают из-за резких изменений тока в электрических цепях всевозможных электроустановок. К ним относятся помехи от электротранспорта, электрических моторов, медицинских установок, систем зажигания двигателей и т.д. Космические помехи создаются радиоизлучением внеземных источников. Они создают общий шумовой фон и в наибольшей степени проявляются на ультракоротких волнах. Электризационные помехи, часто возникающие во время пурги или песчаной бури, создаются наэлектризованными снежными частицами или песчинками. Помехи посторонних каналов связи обусловлены работой посторонних радиостанций [2, с.20-21].

В зависимости от характера изменения во времени различают импульсные и флуктуационные помехи. Импульсные помехи представляет собой случайную последовательность коротких сигналов обычно следующих редко. Типичными примерами таких помех являются сигналы, создаваемые разрядами молний или искрением контактов в электрических двигателях. Флуктуационная помеха представляет собой непрерывное колебание, меняющееся случайным образом. Флуктуация же есть случайное отклонение тех или иных физических величин от их средних значений.

Среди флуктуационных помех большое место занимают те, которые возникают от влияния различных дестабилизирующих факторов, таких как дефекты, износы, коррозии, трещины, поломки и др. неисправности оборудования, устройства, конструкций, двигателя, механизма, мотора и т.д. и оповещают о начале возникновения дефектов или неполадок [3, с.61-70]. Такие случайные помехи, как правило, появляются уже на начальной стадии зарождения дефекта, когда о самом дефекте на практике пока еще ничего неизвестно и его невозможно выявить. Например, помехи от наличия на стыке двух металлов загрязнений или водяных паров, помехи от влияния микрокаверн в стенках скважины при каротаже и т.д. [4].

Информация же о существовании дефектов поступает гораздо позже, лишь при достижении ими явно выраженной формы, когда требуется соответствующий ремонт [3, с.61-70].

Флуктуационные помехи $E(t)$ накладываются на полезный сигнал $X(t)$:

$$G(t)= X(t) + E(t), \quad (1.1)$$

и существенно искажают результаты решения задач слежения, мониторинга, контроля, диагностики, прогноза, идентификации, управления и т.д. Такие аддитивные помехи называются шумом.

Флуктуационные помехи, как правило, носят случайный характер и представляют собой более высокочастотную по сравнению с полезным сигналом случайную функцию со случайной амплитудой и фазой. В общем виде они представляют собой стационарные случайные процессы и часто описываются нормальным законом распределения. Быстрое изменение во времени позволяет заменить реальные флюктуационные помехи так называемым белым шумом - процессом с постоянным спектром [2, с.20-21].

Для количественных расчетов воздействия флуктуационного шума на сигнал необходимо знать основные вероятностные характеристики помехи [2, с.19-27, 44-55]. В работах [5-7] разработаны методы вычисления некоторых характеристик помехи зашумленных сигналов, например дисперсии, среднего квадратического отклонения. Если вычислить эти характеристики, то можно по динамике изменения их значений вовремя обнаружить и выяснить природу возникновения дефектов на ранней стадии, и, таким образом, предотвратить возможные поломки, отказы, аварии и т.д.

Однако только этой информации недостаточно, чтобы решать задачи слежения, мониторинга, контроля, диагностики, прогноза, идентификации, управления и т.д., так как такие основные характеристики случайной помехи как дифференциальная функция распределения, ее максимальное значение и точки перегиба, то есть интервал, внутри которого помеха принимает наиболее вероятные значения, остаются неизвестными. Для вычисления перечисленных характеристик в теории анализа случайных сигналов существуют соответствующие формулы. Однако для практического применения этих формул необходимо знать дискретные значения аддитивной случайной помехи $E(t)$, которую невозможно выделить из зашумленного сигнала $G(t)$.

Ниже предлагается технология применения алгоритмов вычисления характеристик помехи $E(t)$ для построения ее дифференциальной функции нормального распределения.

2. Постановка задачи. Предположим, что стационарный эргодический случайный сигнал $G(t)$ с законом распределения $f(g)$ состоит из суммы стационарного эргодического случайного основного сигнала $X(t)$ с произвольным законом распределения $f(x)$ и стационарного эргодического случайного мешающего сигнала $E(t)$ с нулевым математическим ожиданием $m_\varepsilon = 0$ и нормальным законом распределения, т.е. сигнал $G(t)$ можно представить в виде (1.1).

В случае, когда полезный сигнала $X(t)$ и помеха $E(t)$ не коррелированы между собой, дифференциальная функция распределения $f(g) = f(x, \varepsilon)$ зашумленного сигнала $G(t)$ согласно композиции законов распределения представляется в виде [8, стр.160-170]:

$$f(g) = f(x, \varepsilon) = f(g) \cdot f(\varepsilon), \quad (2.1)$$

где $f(x)$, $f(\varepsilon)-$ дифференциальные функции распределения соответственно полезного сигнала $X(t)$ и помехи $E(t)$.

Если априори о законе распределения $f(g)$ зашумленного сигнала $G(t)$ ничего неизвестно, то его всегда можно определить на основе критерия согласия о мере согласованности теоретического и статистического распределения [8, с. 149]. Но при этом практически не удается отделить дифференциальную функцию распределения $f(x)$

полезного сигнала $X(t)$ от дифференциальной функции распределения $f(\varepsilon)$ помехи $E(t)$. В то же время по виду и динамике изменения дифференциальной функции распределения $f(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ можно судить об изменениях, происходящих в техническом состоянии исследуемого объекта, то есть извлечь необходимую полезную информацию.

В системах слежения, мониторинга, контроля, диагностики, прогноза, управления, идентификации и т.д. на начальной стадии возникновения дефектов, неисправностей, неполадок и т.д. помеха подчинена нормальному закону распределения с нулевым средним, т.е. является гауссовым процессом. У таких помех вероятность того, что амплитуда выброса превысит значение утроенной величины среднего квадратического значения, мала. Такой шум возникает при суммировании независимых белых шумов и часто встречается в практических задачах. Дифференциальная функция распределения этого шума определяется по выражению [2, с.20-21]:

$$N(\varepsilon, m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon - m_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}},$$

где σ_ε - среднее квадратическое отклонение помехи, m_ε - математическое ожидание помехи $E(t)$.

Так как стационарная случайная помеха $E(t)$ является эргодической, то ее математическое ожидание m_ε и среднее квадратическое отклонение σ_ε имеют одно и то же значение для любой из случайных функций, входящих в совокупность. Поэтому дифференциальную функцию нормального распределения помехи $E(t)$ представим в виде:

$$N(\varepsilon, m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) = N(\varepsilon),$$

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon - m_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}. \tag{2.2}$$

Однако со временем при увеличении степени неисправности сначала меняется форма дифференциальной кривой нормального распределения, а затем по мере приобретения дефектом явно выраженной формы меняется и сам закон распределения на закон, отличный от нормального. Поэтому возникает проблема определения дифференциальной функции нормального распределения $N(\varepsilon)$ помехи $E(t)$. Это позволит выявить динамику изменения формы нормальной кривой $N(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ во времени, определить с какой вероятностью она принимает максимальное значение и наиболее вероятные значения в интервале $-\sigma_\varepsilon \leq E(t) \leq \sigma_\varepsilon$.

Если составить матрицу информативных признаков, элементами которой являются перечисленные характеристики, можно по комбинациям их значений определить начальный период зарождения дефекта и моменты, когда необходимо провести профилактические работы, текущий или капитальный ремонты. Поэтому ниже предлагается технология определения дифференциальной функции нормального распределения $N(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$.

3. Технология вычисления параметров дифференциальной функции нормального распределения помехи. Известно, что дифференциальная функция нормального распределения $N(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ характеризуется двумя параметрами: математическим ожиданием m_ε и средним квадратическим отклонением $\sigma_\varepsilon = \sqrt{D_\varepsilon}$ (или корнем квадратным из центрального момента второго порядка). Так как помеха $E(t)$ распределена по нормальному закону с нулевым средним $m_\varepsilon \approx 0$, то задача сводится к вычислению только параметра σ_ε. Для этого воспользуемся выражением для вычисления корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала $G(t)$.

Известно, что для стационарного случайного сигнала $G(t)$, обладающего свойством эргодичности, корреляционная функция определяет вероятность того, что, имея в момент времени t значение g_1, в момент времени $t+\tau$ она будет иметь значение g_2, т.е. характеризует взаимную связь между $g(t)$ и $g(t+\tau)$ и вычисляется по выражению [9, с.22-23]:

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\tau)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\tilde{X}(t)+E(t)\right)\left(\tilde{X}(t+\tau)+E(t+\tau)\right)dt = \tag{3.1}$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)\tilde{X}(t+\tau)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)E(t+\tau)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T E(t)\tilde{X}(t+\tau)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T E(t)E(t+\tau)\,dt,$$

где центрированные значения вычисляются по выражениям: $\tilde{G}(t) = G(t) - m_g$, $\tilde{X}(t) = X(t) - m_x$; m_g, m_x– математические ожидания соответственно $G(t)$ и $X(t)$.

Учитывая, что полезный сигнал $X(t)$ и помеха $E(t)$ некоррелированы, то есть

$$\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)E(t+\tau)\,dt \approx 0, \frac{1}{T}\int_0^T E(t)\tilde{X}(t+\tau)\,dt \approx 0, \tag{3.2}$$

можно написать:

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\tau)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)\tilde{X}(t+\tau)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T E(t)E(t+\tau)\,dt =$$

$$= R_{xx}(\tau) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)\ . \tag{3.3}$$

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала $G(t)$ состоит из суммы корреляционных функции $R_{xx}(\tau)$ и $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ соответственно полезного сигнала $X(t)$ и помехи $\mathrm{E}(t)$.

При этом на практике полезный сигнал $X(t)$ является более низкочастотным по сравнению с помехой $E(t)$. Поэтому для полезного сигнала $X(t)$ при $\tau \neq 0$, когда $\tau = \Delta t$ мало по сравнению с временем наблюдения T, $X(t+\Delta t)$ незначительно отличается от $X(t)$. Следовательно, вероятность того, что значение $X(t+\Delta t)$ мало отличается от значения $X(t)$, близка к единице:

$$P\big(X(t) \approx X(t+\Delta t)\big) \approx 1. \tag{3.4}$$

Тогда отношение $\frac{R_{xx}(\tau=\Delta t)}{R_{xx}(0)}$ также близко к единице, то есть [9, стр. 32]:

$$\frac{R_{xx}(\tau=\Delta t)}{R_{xx}(0)} \approx 1 \tag{3.5}$$

что равносильно приближенному равенству

$$R_{xx}(0) \approx R_{xx}(\tau=\Delta t)\ . \tag{3.6}$$

В то же время в силу того, что случайная помеха $E(t)$ возникает при суммировании независимых белых шумов, то она имеет время корреляции $\tau = 0$, и корреляционная функция $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ представляет собой -функцию [9, с.34], то есть

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) = \begin{cases} R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau=0) & \text{при } \tau = 0 \\ 0 & \text{при } \tau \neq 0 \end{cases}. \tag{3.7}$$

Поэтому, если вычислить оценки корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала при τ=0 и $\tau = \Delta t$, получим следующее. При τ=0 формула (3.3) представляется в виде:

$$R_{gg}(\tau=0) = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)\tilde{X}(t)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T E(t)E(t)\,dt =$$

$$= R_{xx}(\tau = 0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0)\,, \tag{3.8}$$

где $R_{xx}(\tau = 0)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0)$ – оценки авто корреляционных функций соответственно полезного сигнала $X(t)$ и помехи $E(t)$ при нулевом временном сдвиге τ=0. Иначе говоря, эти оценки представляют собой дисперсии соответственно полезного сигнала $X(t)$ и помехи $E(t)$:

$$R_{xx}(\tau = 0) = D_x,\, R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0) = D_\varepsilon. \tag{3.9}$$

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала $G(t)$ при τ=0 состоит из суммы дисперсий D_x, D_ε соответственно полезного сигнала и помехи.

При достаточно малом по сравнению с временем наблюдения T временном интервале $\tau = \Delta t$ оценка авто корреляционной функции $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = \Delta t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ приобретает вид:

$$R_{gg}(\tau = \Delta t) = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{X}(t)\tilde{X}(t+\Delta t)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T E(t)E(t+\Delta t)\,dt =$$
$$= R_{xx}(\tau = \Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = \Delta t). \tag{3.10}$$

Если найти разницу между оценками авто корреляционной функции зашумленного сигнала $G(t)$ при $\tau = 0$ и $\tau = \Delta t$, то получим:

$$R_{gg}(\tau = 0)\text{-}R_{gg}(\tau = \Delta t) = R_{xx}(\tau = 0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0)\text{-}R_{xx}(\tau = \Delta t)\text{-}R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = \Delta t). \tag{3.11}$$

С учетом выражений (3.6), (3.7), (3.9) получаем

$R_{gg}(\tau = 0)$-$R_{gg}(\tau = \Delta t)$ =$R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0)$.

Тогда оценку дисперсии D_ε^* помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ можно вычислить по выражению:

$$D_\varepsilon^* = R_{gg}(\tau = 0)\text{-}R_{gg}(\tau = \Delta t) \tag{3.12}$$

или

$$D_\varepsilon^* = R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0) = \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt. \tag{3.13}$$

Следовательно, среднее квадратическое отклонение σ_ε^* помехи $E(t)$ можно вычислить по выражению:

$$\sigma_\varepsilon^* = \sqrt{D_\varepsilon^*} = \sqrt{R_{gg}(\tau = 0) - R_{gg}(\tau = \Delta t)} \tag{3.14}$$

или

$$\sigma_\varepsilon^* = \sqrt{D_\varepsilon^*} = \sqrt{R_{\varepsilon\varepsilon}^*(\tau = 0)} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt}. \tag{3.15}$$

Таким образом, параметр σ_ε^* нормального дифференциального распределения помехи $E(t)$ можно вычислить, определив корень квадратный из разности оценок авто корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала при нулевом τ = 0 и единичном $\tau = \Delta t$ временных сдвигах.

4. Технологии применения характеристик помехи для построения ее дифференциальной функции нормального распределения. Ниже будет показано, что, используя вычисленную оценку среднего квадратического отклонения σ_ε^* помехи $E(t)$, можно определить следующие ее характеристики.

1) Дифференциальную функцию нормального распределения $N(\varepsilon, m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon)$ помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ с математическим ожиданием $m_\varepsilon \approx 0$ с учетом формулы (2.2) можно найти по выражению:

$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon - m_\varepsilon)^2}{2(\sigma_\varepsilon^*)^2}} \tag{4.1}$$

Очевидно, что с учетом выражений (3.14), (3.15), формулу (4.1) для аналитического представления дифференциальной функции нормального распределения шума с нулевым средним $m_\varepsilon \approx 0$ можно представить в виде:

$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2(\sigma_\varepsilon^*)^2}} \tag{4.2}$$

или

$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)}}, \tag{4.3}$$

а также

$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)}} \cdot H(\varepsilon), \tag{4.4}$$

где $H(\varepsilon) = e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)}}$.

2) Зная оценку среднего квадратического отклонения помехи σ_ε^*, можно также определить максимум дифференциальной функции нормального распределения $N_{max}(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$:

$$N_{max}(m_\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}}. \tag{4.5}$$

С учетом условия m_ε=0 и выражений (3.14), (3.15), формулу (4.5) можно представить в виде:

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^* \sqrt{2\pi}} \tag{4.6}$$

или

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)}}, \tag{4.7}$$

а также

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)}}. \tag{4.8}$$

3) Кроме того, используя выражения для вычисления оценки среднего квадратического отклонения помехи σ_ε^*, можно также определить ее наиболее вероятные значения, которые, как известно, находятся в интервале:

$$\left(m_\varepsilon - \sigma_\varepsilon; \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi e}}\right) \text{ и } \left(m_\varepsilon + \sigma_\varepsilon; \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi e}}\right). \tag{4.9}$$

С учетом условия m_ε=0 и формул (3.14), (3.15), выражение (4.9) можно представить в виде:

$$\left(-\sigma_\varepsilon^*; \frac{1}{\sigma_\varepsilon^* \sqrt{2\pi e}}\right) \text{ и } \left(\sigma_\varepsilon^*; \frac{1}{\sigma_\varepsilon^* \sqrt{2\pi e}}\right). \tag{4.10}$$

Тогда координаты наиболее вероятных значений помехи вычисляются по формулам:
для первой точки по оси абсцисс:

$$A1 = -\sqrt{\left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)}$$

или

$$A1 = -\sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)};$$

для второй точки по оси абсцисс:

$$A2 = \sqrt{\left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)}$$

или

$$A2 = \sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)};$$

для первой и второй точек по оси ординат:

$$O = \frac{1}{\sqrt{2\left(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)\right)\pi e}}$$

или

$$O = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \tilde{G}(t)\tilde{G}(t+\Delta t)\,dt\right)\pi e}}$$

.

Таким образом, разработаны алгоритмы вычисления дифференциальной функции распределения $N^*(\varepsilon)$, ее максимума $N^*_{max}(0)$, а также определен интервал $\left(-\sigma^*_\varepsilon; \frac{1}{\sigma^*_\varepsilon\sqrt{2\pi e}}\right)$ и $\left(\sigma^*_\varepsilon; \frac{1}{\sigma^*_\varepsilon\sqrt{2\pi e}}\right)$ наиболее вероятных значений нормально распределённой помехи $E(t)$ с математическим ожиданием m_ε=0 зашумленного сигнала $G(t)$.

5. Цифровые технологии определения дифференциальной функции нормального распределения помехи. Ниже предлагается алгоритм, позволяющий вычислить дискретные значения дифференциальной функции нормального распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ с математическим ожиданием m_ε=0, максимум $N^*_{max}(0)$ и интервал с координатами $\left(-\sigma^*_\varepsilon; \frac{1}{\sigma^*_\varepsilon\sqrt{2\pi e}}\right)$ и $\left(\sigma^*_\varepsilon; \frac{1}{\sigma^*_\varepsilon\sqrt{2\pi e}}\right)$, внутри которого находятся наиболее вероятные значения помехи.

Пусть от датчика, размещенного в зоне действия влияющих на объект факторов и воспринимающего цифровую информацию от этого объекта, поступает аддитивный зашумленный цифровой сигнал $G(\Delta t)$, состоящий из полезного сигнала $X(\Delta t)$ и помехи $E(\Delta t)$. Сигнал $G(\Delta t)$ дискретизирован шагом Δt, выбранным в соответствии с условием: $\Delta t = 1/2\omega_\varepsilon$, где ω_ε – частота среза помехи.

Тогда алгоритм определения дифференциальной функции распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ представляется следующим образом:

1) Вычисляется оценка авто корреляционной функции центрированного зашумленного сигнала $\tilde{G}(t)$ при μ=0:

$$R_{gg}(\mu = 0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t), \tag{5.1}$$

где μ =0, 1, ...

2) Вычисляется оценка авто корреляционной функции центрированного зашумленного сигнала $\tilde{G}(t)$ при $\mu = 1 \cdot \Delta t$:

$$R_{gg}(\mu = 1\cdot\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}\big((i+1)\Delta t\big). \tag{5.2}$$

3) Вычисляется среднее квадратическое отклонение σ^*_ε помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $E(t)$:

$$\sigma^*_\varepsilon = \sqrt{R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}\big((i+1)\Delta t\big)}. \tag{5.3}$$

4) Учитывая, что для нормально распределенного случайного процесса отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышает утроенного среднего квадратического отклонения, дискретные значения дифференциальной функции

распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $E(t)$ вычисляются в интервале $m_\varepsilon^* \pm 3\sigma_\varepsilon^*$, то есть при $m_\varepsilon^* - 3\sigma_\varepsilon^* \leq E(t) \leq m_\varepsilon^* + 3\sigma_\varepsilon^*$. Для этого:

– вычисляются минимальное и максимальное значения $E(t)$:

$$\varepsilon_{min} = m_\varepsilon^* - 3\sigma_\varepsilon^*; \varepsilon_{max} = m_\varepsilon^* + 3\sigma_\varepsilon^*;$$

– с определенным шагом $\Delta\varepsilon$ задается последовательность возможных значений $E(t)$ в порядке возрастания от ε_{min} до ε_{max}:

$$\varepsilon(1) = \varepsilon_{min},\ \varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \Delta\varepsilon, \dots, \varepsilon_{max}$$

и формируется последовательность возможных значений помехи $\varepsilon(1)$, $\varepsilon(2)$, $\varepsilon(3)$, $\varepsilon(4)$, …, ε_{max}, для которой выполняется условие $\varepsilon(i-1) < \varepsilon(i)$.

Затем в точках $\varepsilon(1)$, $\varepsilon(2)$, $\varepsilon(3)$, $\varepsilon(4)$, …, ε_{max} вычисляется дифференциальная функция нормального распределения:

$$N^*(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\varepsilon(i) - m_\varepsilon^*\right)^2}{2\left(\sigma_\varepsilon^*\right)^2}}. \tag{5.4}$$

Учитывая, что m_ε=0, дифференциальную функцию распределения $N^*(\varepsilon(i))$ следует вычислять в интервале $-3\sigma_\varepsilon^* \leq E(t) \leq 3\sigma_\varepsilon^*$ по выражениям:

$$N^*(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon(i))^2}{2\left(\sigma_\varepsilon^*\right)^2}} \tag{5.5}$$

или

$$N^*(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\left(R_{gg}(\mu=0) - R_{gg}(\mu=\Delta t)\right)}} e^{-\frac{(\varepsilon(i))^2}{2(Rgg(\mu=0) - Rgg(\mu=\Delta t))}}, \tag{5.6}$$

а также

$$N^*(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)}} \cdot H(\varepsilon(i)), \tag{5.7}$$

где $H(\varepsilon(i)) = e^{-\frac{\varepsilon^2(i)}{2\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)}}$.

5) Определяется максимум дифференциальной функции нормального распределения помехи $E(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$, который находится в точке m_ε=0, то есть при $\varepsilon_{max}(i) = 0$:

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi}} \tag{5.8}$$

или

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(R_{gg}(\mu=0) - R_{gg}(\mu=\Delta t)\right)}}, \tag{5.9}$$

а также

$$N_{max}^*(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)}}. \tag{5.10}$$

6) Определяется интервал $\left(-\sigma_\varepsilon^*; \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi e}}\right)$ и $\left(\sigma_\varepsilon^*; \frac{1}{\sigma_\varepsilon^*\sqrt{2\pi e}}\right)$ наиболее вероятных значений помехи:

для первой точки по оси абсцисс:

$$A1 = -\sqrt{\left(R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)\right)}$$

или

$$A1 = -\sqrt{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)}, \quad (5.11)$$

для второй точки по оси абсцисс:

$$A2 = \sqrt{\left(R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)\right)}$$

или

$$A2 = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)}, \quad (5.12)$$

для первой и второй точек по оси ординат:

$$O = \frac{1}{\sqrt{2\left(R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)\right)\pi e}}$$

или

$$O = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{G}(i\Delta t)\tilde{G}((i+1)\Delta t)\right)\pi e}}. \quad (5.13)$$

6. Выводы. Предложенные в работе технологии дают возможность судить о динамике изменения дифференциальной функции нормального распределения помехи. Это позволяет в системах слежения, мониторинга, контроля, диагностики, прогноза, идентификации, управления и т.д. своевременно выявлять зарождающиеся изменения и определять время проведения профилактических работ, текущих и капитальных ремонтов.

Литература

1. Харкевич А. А. Борьба с помехами. — М.: Наука, 1965. — 276 с.
2. Васильев К.К., Глушков В.А., Дормидонтов А.В., Нестеренко А.Г. Теория электрической связи: учебное пособие. Под общ. ред. К.К. Васильева. — Ульяновск: УлГТУ, 2008. — 452 с.
3. Aliev T.A., Musaeva N.F., Guluyev G.A., Sattarova U.E., Rzaeva N.E. System of Monitoring of Period of Hidden Transition of Compressor Station to Emergency State // Journal of Automation and Information Sciences. — 2011. — Vol. 43(11). — № 6. —61-81 с.
4. Давыдов А.В. Введение в теорию сигналов. http://bourabai.kz/signals/ts0102.htm
5. Musaeva N.F. Robust method of estimation with “contaminated” coarse errors // Automatic Control and Computer Sciences. 2003. V. 37. No. 6. 50-63 pp.
6. Musaeva N.F. Technology for determining the magnitude of robustness as an estimate of statistical characteristic of noisy signal // Automatic Control and Computer Sciences. 2005. V. 39. No. 5. 53-62 pp.
7. Aliev T.A., Musaeva N.F., Sattarova U.E. The technology of forming the normalized correlation matrices of the matrix equations of multidimensional stochastic objects // Journal of Automation and Information Sciences. — 2013. — Vol. 45(1). — № 6. — 1-15 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 576 с.
9. Техническая кибернетика. Книга 2. Под ред. Солодовникова В.В. — М.: Машиностроение, 1967. — 682 с.

UOT 519.216

T.A.Əliyev, N.F. Musayeva, M.T. Süleymanova, B.İ. Qazızadə

Küyün diferensial normal paylanma funksiyasının qurulması üçün onun xarakteristikalarının hesablanmasının alqoritmlərinin tətbiqi

Riyazi gözləməsi sıfır olan küyün paylanmasının parametrlərinin hesablanması texnologiyaları hazırlanmışdır. Küyün diferensial paylanma funksiyasının qurulması üçün bu parametrlərin tətbiq edilməsi imkanı göstərilmişdir. Normal qanunla paylanmış küy olan hala baxılmışdır.

Açar sözlər: stoxastik proses, küy, paylanmanın parametrləri, diferensial paylanma funksiyası

Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXV, No.6, 2015
www.icp.az/2015/6-06.pdf

T.A. Alıev, N.F. Musaeva, M.T. Suleymanova, B.I. Gazızade

Using the algorithms for calculating the characteristics of the noise to build the differential function of its normal distribution

Technologies for calculating the parameters of distribution of noise with a zero mathematical expectation are developed. It is demonstrated that these parameters can be used for building the differential function of noise distribution. In the case under investigation, the noise obeys the normal distribution law.

Keywords: stochastic process, noise, distribution parameters, differential distribution function

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет (АзАСУ)
Институт Систем Управления НАН Азербайджана Представлено 30.10.2015