Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVII, No.3, 2017
www.icp.az/2017/3-04.pdf

UOT 519.852.6

A.H. MƏMMƏDOVA

VERİLƏNLƏRİ İNTERVALLAR OLAN TAMƏDƏDLİ PROQRAMLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNİN SUBOPTİMİST VƏ SUBPESSİMİST HƏLLƏRİNİN QURULMASI ÜÇÜN BİR HƏLL ÜSULU

İlkin verilənləri intervallar olan tamədədli proqramlaşdırma məsələsi üçün suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması üçün bir alqoritm işlənmişdir. Bu alqoritm məsələnin müəyyən iqtisadi interpretasiyasına əsaslanır. Həmin alqoritmin proqramı qurulmuş və müxtəlif böyük ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentlər aparılmışdır.

Açar sözlər: verilənləri intervallar olan tamədədli proqramlaşdırma məsələsi, optimist, pessimist, suboptimist,subpessimist həll, addım-addım maksimallaşma, hesablama eksperimentləri

1. Giriş.

Riyazi modeli aşağıdakı kimi olan tamədədli proqramlaşdırma məsələsinə baxaq.

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]x_j \to max \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]x_j \le [\underline{b}_i, \overline{b}_i], \qquad (i = \overline{1,m}), \tag{1.2}$$

$$0 \le x_j \le d_j, \qquad (j = \overline{1,n}), \tag{1.3}$$

$$x_j \text{ və } d_j - \text{tamdırlar.} \tag{1.4}$$

Fərz edirik ki, burada $\underline{c}_j > 0, \overline{c}_j > 0, \underline{a}_{ij} \ge 0, \overline{a}_{ij} \ge 0, \underline{b}_i > 0, \overline{b}_i > 0$ və $d_j > 0$ $(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$ verilmiş tam ədədlərdir. Bu məsələyə intervallı tamədədli proqramlaşdırma məsələsi də deyilir.(1.1)-(1.4) məsələsinin müxtəlif xüsusi halları ayrı-ayrı müəlliflər tərəfindən müasir zamana kimi tədqiq olunurlar [1, s.189-202; 2, s.1475-1481; 3, s.42-47; 4, s. 786-791; 5, s.103-108; 6, s.118; 7, s.20; 8, s.316-324; 9, s.10-13 və s.]. Bu işlərdə məsələnin əmsalları ya müəyyən sinifdən seçilirlər ya da qeyri-dəqiq (qeyri-səlist) ədədlər kimi qəbul olunurlar. Nəticədə, seçimdən asılı olaraq, məsələnin həlli üçün müxtəlif strategiyalar qəbul olunur. Həmin strategiyaların mahiyyəti və çatışmamazlığı [10, s.6-19; 11, s.99-108] işlərində verilmişdir. Biz hesab edirik ki, əmsalları qeyd olunmuş intervallar şəklində qəbul etmək praktiki məsələlər üçün daha realdır. Tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin iqtisadi mahiyyətlərindən ən vacibi funksional əmsallarının istehsal olunası məhsulun qiymətlərini, məhdudiyyət şərtlərinin əmsalları çəkilən xərclərin məhdudiyyət şərtlərinin sağ tərəfləri isə ayrılmış resursları (xammal,vəsait) ifadə etməsidirlər. Ona görə də, məhsulun qiymətlərinin, çəkilən xərclərin, ayrılmış resursların müəyyən qeyd olunmuş intervallar şəklində verilməsi məsələyə praktiki cəhətdən daha real yanaşmağa imkan verər.

Qeyd edək ki, (1.1)-(1.4) məsələsində təbii olaraq

$$\sum_{j=1}^{n}\underline{a}_{ij}d_j > \overline{b}_i, \qquad (i = \overline{1,m})$$

şərti ödənilməlidir ki, x_j $(j = \overline{1,n})$ dəyişənlərinə d_j-lərdən $(j = \overline{1,n})$ kiçik qiymətlər verməklə mümkün həllər oblastına düşmək imkanı qalsın. Əgər hər bir i üçün $(i = \overline{1,m})$

$$\sum_{j=1}^{n}\overline{a}_{ij}d_j \le \underline{b}_i, \qquad (i = \overline{1,m})$$

olarsa, onda $X = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ vektoru (1.1)-(1.4) məsələsinin optimal həlli olar.

Digər tərəfdən müəyyən bir i_* nömrəli bərabərsizlik üçün

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{a}_{i_* j} d_j \le \underline{b}_{i_*}$$

olarsa, həmin i_* nömrəli bərabərsizlik məhdudiyyət təşkil etmədiyindən, onu (1.2) sistemindən çıxarmaq lazımdır.

Bu işdə (1.1)-(1.4) məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması üçün iki üsul işləmişik. Suboptimist və subpessimist həll anlayışları aşağıda veriləcəkdir.

2. Məsələnin qoyuluşu. Əvvəlcə məlum tamədədli proqramlaşdırma məsələsinə bir iqtisadi interpretasiya verək.

Tutaq ki, müəyyən şirkət sayla ifadə olunan n növ məhsul istehsal edir. Bu məhsulların istehsalı üçün m növ resursun (xammalın, vəsaitin) hər birindən b_i $(i = \overline{1,m})$ miqdarda ayrılmışdır. Fərz edək ki, j-ci $(j = \overline{1,n})$ məhsulun bir vahidinin qiyməti c_j $(j = \overline{1,n})$ qədər və bunun istehsalına sərf olunan i-ci $(i = \overline{1,m})$ növ resursun miqdarı isə a_{ij} $(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$ qədərdir. Bundan əlavə sayla ifadə olunan hər bir j-ci $(j = \overline{1,n})$ məhsuldan ən çoxu d_j $(j = \overline{1,n})$ sayda istehsal oluna bilər. x_j- ilə $\left(j = \overline{1,n}\right)$ istehsal olunası j-ci növ məhsulun sayını işarə etsək, onda $0 \le x_j \le d_j, \left(j = \overline{1,n}\right)$ olmalıdır.

Aydındır ki, c_j, a_{ij} və b_i $(i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n})$ kəmiyyətlərinin uyğun olaraq verilmiş intervallarda dəyişməsinə şərait yaradılarsa bu daha real olar və (1.1)-(1.4) modelini alarıq.

Qeyd edək ki, (1.1)-(1.4) məsələsi məlum tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin ümumiləşmiş forması olduğundan, bu məsələ də NP-tam sinfində, yəni, "çətin həll olunan məsələlər" sinfində olar. Ona görə də, onun optimal həllinin tapılması təsəvvür edilə bilinməyən böyük vaxt tələb edər. Çünki, verilmiş intervaldakı ədədləri bir-bir qeyd etməklə alınan bütün mümkün variantlara uyğun hər bir konkret məsələni həll edib, bunların içərisindən ən yaxşısını götürməliyik. Nəzərə alsaq ki, hər bir konkret, yəni, qeyd olunmuş sabit əmsallı tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həllinin tapılması eksponensial mürəkkəbliyə malikdir, onda, (1.1)-(1.4) məsələsinin optimal həllinin tapılmasından söhbət gedə bilməz. Bu məqsədlə (1.1)-(1.4) məsələsi üçün biz optimist, pessimist, suboptimist, subpessimist həll anlayışları vermişik, suboptimist və subpessimist həllərin tapılması üçün bir alqoritm işləmişik.

3. Üsulun nəzəri əsaslandırılması. Əvvəlcə (1.1)-(1.4) məsələsi üçün [10,11] işlərinə əsaslanaraq aşağıdakı anlayışları verək.

Tərif 1. İstənilən n ölçülü $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektoruna o zaman (1.1)-(1.4) məsələsinin mümkün həlli deyəcəyik ki, $\forall\, a_{ij} \in \left[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}\right],\ \forall\, b_i \in \left[\underline{b}_i, \overline{b}_i\right], (i = \overline{1,m}\,;\ j = \overline{1,n})$ tam ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad (i = \overline{1,m})$$

$$0 \le x_j \le d_j, \quad \left(j = \overline{1,n}\right),$$

$$x_j \text{ və } d_j - \text{tamdırlar}, \quad \left(j = \overline{1,n}\right)$$

şərtləri ödənilsin.

Tərif 2. (1.1)-(1.4) məsələsində müəyyən $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ vektoruna o zaman optimist həll deyəcəyik ki, qeyd olunmuş $\forall\, b_i \in \left[\underline{b}_i, \overline{b}_i\right],\ \left(i = \overline{1,m}\right)$ ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^o \le b_i, \quad (i = \overline{1,m}),$$
$$0 \le x_j^o \le d_j, \quad (j = \overline{1,n}),$$
$$x_j^o \text{ və } d_j - \text{tamdırlar}, \quad (j = \overline{1,n})$$

şərtləri daxilində

$$f^o = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o$$

ədədi ən böyük qiymət alsın. f^o ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin optimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 3. **.**(1.1)-(1.4) məsələsində hər hansı $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ vektoruna o zaman pessimist həll deyəcəyik ki, qeyd olunmuş $\forall\, b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i], (i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^p \le b_i, \quad (i = \overline{1,m})$$
$$0 \le x_j^p \le d_j, \quad (j = \overline{1,n}),$$
$$x_j^p \text{ və } d_j - \text{tamdırlar}, \quad (j = \overline{1,n})$$

şərtləri daxilində

$$f^p = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

ədədi ən böyük qiymət alsın. f^p ədədinə (1.1)-(1.3) məsələsinin pessimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 4. (1.1)-(1.4) məsələsində hər hansı $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ vektoruna o zaman sub-optimist həll deyəcəyik ki, qeyd olunmuş $\forall\, b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $(i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^{so} \le b_i, \quad (i = \overline{1,m}),$$
$$0 \le x_j^{so} \le d_j, \quad (j = \overline{1,n}),$$
$$x_j^{so} \text{ və } d_j - \text{tamdırlar}, \quad (j = \overline{1,n})$$

şərtləri daxilində

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so}$$

ədədi mümkün qədər böyük qiymət alsın. f^{so} ədədinə (1.1)-(1.4) məsələsinin suboptimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 5.(1.1)-(1.4) məsələsində hər hansı $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ vektoruna o zaman sub-pessimist həll deyəcəyik ki, qeyd olunmuş $\forall\, b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i], (i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^{sp}, \le b_i, \quad (i = \overline{1,m})$$
$$0 \le x_j^{sp}, \le d_j, \quad (j = \overline{1,n}),$$
$$x_j^{sp} \text{ və } d_j - \text{tamdırlar}, \quad (j = \overline{1,n})$$

şərtləri daxilində

$$f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

ədədi mümkün qədər böyük qiymət alsın. f^{sp} ədədinə (1.1)-(1.4) məsələsinin subpessimist qiyməti deyəcəyik.

Biz (1.1)-(1.4) məsələsinə yuxarıda iqtisadi interpretasiya vermişik. Bu interpretasiyaya görə, əgər j-ci ($j = \overline{1,n}$) növ məhsul istehsal olunarsa, onda bu məhsulun hər vahidinə görə $[\underline{c}_j, \overline{c}_j]$ ($j = \overline{1,n}$) intervalındakı tam ədədlər qədər gəlir əldə olunar. Bu zaman uyğun olaraq $[\underline{a}_{1j}, \overline{a}_{1j}]$, $[\underline{a}_{2j}, \overline{a}_{2j}]$, ..., $[\underline{a}_{mj}, \overline{a}_{mj}]$ intervallarındakı tam ədədlər qədər xərc çəkilməlidir. Aydındır ki, bu zaman vahid xərcə düşən gəlir j-ci ($j = \overline{1,n}$) növ məhsul üçün ən azı

$$\min_i \frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]} = \frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{\max_i [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]}, \quad j = \overline{1,n} \tag{3.1}$$

qədər olar. [10, 11] işlərini nəzərə alıb,(3.1) münasibətinə əsaslanaraq biz iki strategiya seçmişik – optimist və pessimist strategiyalar. Bu strategiyalar əsasında həll qurma prosesi $X^{so} = (0,0,\dots,0)$ və $X^{sp} = (0,0,\dots,0)$ həllindən başlayır. Bu zaman müəyyən $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $(i = \overline{1,m})$ qeyd olunur.

Optimist strategiyaya görə elə müəyyən j_* nömrəsi tapıb $x_{j_*}^{so} := x_{j_*}^{so} + 1$ qəbul etməliyik ki, $x_{j_*}^{so} \le d_{j_*}$ və $\underline{a}_{ij_*} x_{j_*}^{so} \le b_i (i = \overline{1,m})$ şərtləri ödənilsin. j_* nömrəsini aşağıdakı münasibətdən tapırıq:

$$j_* = arg \max_j \frac{\overline{c}_j}{\max_i \underline{a}_{ij}} \tag{3.2}$$

Bundan sonra $b_i := b_i - \underline{a}_{ij_*} x_{j_*}^{so}$ $(i = \overline{1,m})$ qəbul etməliyik.

Pessimist strategiyaya görə j_* nömrəsi

$$j_* = arg \max_j \frac{\underline{c}_j}{\max_i \overline{a}_{ij}} \tag{3.3}$$

münasibətindən tapılmaqla $x_{j_*}^{sp} := x_{j_*}^{sp} + 1$ qəbul edərkən $x_{j_*}^{sp} \le d_{j_*}$ $\overline{a}_{ij_*} x_{j_*}^{sp} \le b_i (i = \overline{1,m})$ şərtləri ödənilsin. Bundan sonra isə $b_i := b_i - \overline{a}_{ij_*} x_{j_*}^{sp}$ $(i = \overline{1,m})$ qəbul edirik və (3.2), (3.3) kriteriyaları əsasında növbəti j_* nömrəsi tapılır. Bu proses o vaxta kimi davam etdirilir ki, artıq heç bir $x_{j_*}^{so}$ və $x_{j_*}^{sp}$ kəmiyyətlərinin qiymətini artırmaq mümkün deyil. Nəticədə, (1.1)-(1.4) məsələsinin $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ suboptimist və ya $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ subpessimist həlli qurulur. Qeyd edək ki,daha yaxşı suboptimist və subpessimist həll qurmaq üçün b_i $(i = \overline{1,m})$ resurslarından hər addımda mümkün qədər bərabər istifadə etmək lazımdır. Çünki hər dəfə $x_{j_*}^{so} := x_{j_*}^{so} + 1$ və ya $x_{j_*}^{sp} := x_{j_*}^{sp} + 1$ yazdıqdan sonra $b_i := b_i - \underline{a}_{ij_*} x^{so}, (i = \overline{1,m})$ və ya $b_i := b_i - \overline{a}_{ij_*} x^{sp}, (i = \overline{1,m})$ qəbul olunmalıdır. Bu isə b_i $(i = \overline{1,m})$ resursları arasında ciddi fərqlənmə yarada bilər. Hətta ola bilər ki, bu resurslardan biri sıfra çevrilər, digər resurslardan isə hələ istifadə etmək imkanı qalar. Ona görə də, hər dəfə $x_{j_*}^{so} := x_{j_*}^{so} + 1$ və ya $x_{j_*}^{sp} := x_{j_*}^{sp} + 1$ qəbul etdikdən sonra qalıq resursları, yəni, məhdudiyyət şərtlərinin sağ tərəflərini eyniləşdirmək lazımdır. Bu məqsədlə, $b_i := \alpha, (i = \overline{1,m})$ götürməliyik. Burada α qeyd olunmuş müsbət ədəddir. Ümumiyyətlə, $\alpha = 1$ qəbul etmək məsləhətdir. Bunun üçün optimist və ya pessimist məsələlərdə məhdudiyyət şərtlərinin hər bir i-ci bərabərsizliyinin hər tərəfini α / b_i, $(i = \overline{1,m})$ ədədlərinə vurmalıyıq. Başqa sözlə, $\underline{a}_{ij} := (\underline{a}_{ij} / b_i)\alpha$, $\overline{a}_{ij} := (\overline{a}_{ij} / b_i)\alpha, b_i := \alpha, (i = \overline{1,m}; j = \overline{1,n})$ qəbul olunmalıdır. Hesablama eksperimentləri bir daha təsdiq etdi ki, belə əməllərin aparılması bərabərsizliklər

sisteminin sağ tərəflərindən, ümumiyyətlə, eyni miqdarda istifadə etməyə imkan verir. Bunun nəticəsində daha yaxşı həll qurulur.

Qeyd etmək lazımdır ki, suboptimist və ya subpessimist həllərin qurulması zamanı $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalında müəyyən b_i $(i = \overline{1,m})$ ədədi qeyd edib bu həlləri qururuq. Aydındır ki, sonra həmin intervalda əvvəlki b_i –lərdən $(i = \overline{1,m})$ fərqli ədədləri qeyd edib yenidən belə həll qurmalıyıq. Bu proses $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalındakı bütün tam ədədlərə baxdıqdan sonra başa çatır. Bu zaman, hər dəfə b_i -ləri $(i = \overline{1,m})$ qeyd etdikdən sonra alınmış həllər içərisindən ən yaxşısını yadda saxlayırıq və bu həll yekun olaraq, (1.1)-(1.4) məsələsinin suboptimist və subpessimist həlli olar. Aydındır ki, $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervallarının uzunluğu böyük olsa, yəni, orada kifayət qədər çoxlu tam ədədlər olarsa, bunların hər birisini qeyd etməklə suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması böyük ölçülü məsələlər üçün xeyli kompyuter vaxtı aparar. Bu zaman, alınmış suboptimist və subpessimist həlləri itirməmək şərtilə, bunları daha az vaxt ərzində qurmaq üçün $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalına dixotomiya (yarıyabölmə) prinsipini tətbiq edə bilərik. Bu prinsipi aşağıdakı kimi veririk.

Biz $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalında hər dəfə müəyyən orta ədəd götürüb, hesablamalar apardığımızdan, ilkin olaraq, $\underline{b}_i^0 = \underline{b}_i, \overline{b}_i^0 = \overline{b}_i$ $(i = \overline{1,m})$ ədədlərini qeyd edib yadda saxlayırıq. Başlanğıcda yaxşı həll qurmaq məqsədilə $b_i := \overline{b}_i(i = \overline{1,m})$ götürüb, (1.1)-(1.4) məsələsi üçün $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ suboptimist və $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_n^{sp})$ subpessimist həllərini tapırıq. Aydındır ki, (1.1) funksiyasının f^{so} suboptimist və f^{sp} subpessimist qiymətləri

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so} \quad \text{və} \quad f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

olacaq. Ancaq məqsədimiz elə $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ suboptimist və $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ subpessimist həllərini tapmaqdır ki, (1.1) funksiyasının buna uyğun olan qiymətləri f^{so} və f^{sp} qiymətlərindən kiçik olmamaqla, bu həllərin tələb etdiyi $b_i(i = \overline{1,m})$ ədədləri əvvəldə qeyd etdiyimiz $\overline{b}_i(i = \overline{1,m})$ ədədlərindən kiçik olsun. Bu işi yerinə yetirmək üçün $[\underline{b}_i, \overline{b}_i]$ $(i = \overline{1,m})$ intervalını müxtəlif üsullarla bölmək olar. Məsələn "qızıl bölgü", "dixotomiya (yarıyabölmə)" və ya "Fibonaççi" qaydalarından istifadə etmək olar. Biz "dixotomiya (yarıyabölmə)" prinsipini aşağıdakı kimi tətbiq edəcəyik. Bu məqsədlə əvvəlcə $b_i := [(\underline{b}_i + \overline{b}_i)/2]$ $(i = \overline{1,m})$ qeyd edib (burada $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini bildirir), uyğun (1.1)-(1.4) məsələsinin $X^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o)$ suboptimist və $X^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p)$ subpessimist həllərini,

$$f^o := \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o \quad \text{və} \quad f^p := \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

suboptimist və subpessimist qiymətlərini tapırıq. Əgər $f^o < f^{so}$ $(f^p < f^{sp})$ olarsa, $\underline{b}_i := b_i(i = \overline{1,m})$ qeyd edib yeni (1.1)-(1.4) məsələsini həll edirik. Əksinə $f^o \geq f^{so}$ $(f^p \geq f^{sp})$ olarsa, $x_j^{so} := x_j^o$ $(x_j^{sp} := x_j^p)$ $(j = \overline{1,n})$, $f^{so} = f^o$ $(f^{sp} = f^p)$ yadda saxlayıb $\overline{b}_i := b_i(i = \overline{1,m})$ yazmaqla yenidən $b_i := [(\underline{b}_i + \overline{b}_i)/2]$ $(i = \overline{1,m})$ qəbul edirik və alınmış cari (1.1)-(1.4) məsələsini həll edirik. Hesablama prosesi o vaxt başa çatır ki, $b_i(i = \overline{1,m})$ ədədləri üçün $\underline{b}_i = b_i(i = \overline{1,m})$ olsun. Bu proses zamanı sonuncu yadda saxlanmış X^{so}(X^{sp}) və uyğun f^{so} (f^{sp}) ədədləri uyğun olaraq baxılan məsələsnin suboptimist (subpessimist) həlləri və suboptimist (subpessimist) qiymətləri olar.

Qeyd etmək lazımdır ki, biz yuxarıda $\overline{b}_i \left(i = \overline{1,m}\right)$ ədədlərini $\overline{b}_i^o \left(i = \overline{1,m}\right)$ kimi yadda saxlayıb, $\overline{b}_i \left(i = \overline{1,m}\right)$ ədədlərini hesablama prosesi zamanı kiçiltmişik. Ona görə də $\Delta_i = \overline{b}_i^0 - b_i\left(i = \overline{1,m}\right)$ fərqlərini çoxsaylı eksperimentlər apardıqdan sonra analiz edib, təklif etdiyimiz üsulun keyfiyyətini müəyyən edə bilərik. Burada $b_i\left(i = \overline{1,m}\right)$ uyğun olaraq X^{so} və X^{sp} həllərinə uyğun gələn ədədlərdir (resurslardır).

4. Hesablama eksperimentlərinin nəticələri. İşdə verilmiş üsulun keyfiyyətini aydınlaşdırmaq üçün onun "Delphi-7" dilində proqramı qurulmuş və müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentləri aparılmşdır. Həll olunmuş məsələlərin əmsalları aşağıdakı kimi seçilmiş təsadüfi tam ədədlərdir.

$0 \le \underline{a}_{ij} \le 999, \quad 0 < \overline{a}_{ij} \le 999, \quad 0 < \underline{c}_{ij} \le 999, \quad 0 < \overline{c}_{ij} \le 999 \quad \left(i = \overline{1,m}\ , j = \overline{1,n}\right).$

Bu zaman $\overline{a}_{ij} < \underline{a}_{ij}$ olarsa, $\overline{a}_{ij} := \underline{a}_{ij} + 10$ və $\overline{c}_j < \underline{c}_j$ olduqda isə $\overline{c}_j := \underline{c}_j + 10$ qəbul edirik.

Bundan əlavə $\underline{b}_i$ və $\overline{b}_i$ $(i = \overline{1,m})$ ədədlərini aşağıdakı kimi təyin edirik:

$$\underline{b} := \left[\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n} \underline{a}_j\right] \quad , \quad \overline{b} := \left[\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_j\right] \quad \left(i = \overline{1,m}\ , j = \overline{1,n}\right).$$

Hesablama eksperimentlərinin nəticələri cədvəllərdə verilmişdir və orada aşağıdakı işarələmələr qəbul olunmuşdur:

$N -$ eyni ölçülü müxtəlif məsələlərin nömrələridir.

$f^{so}, f^{sp} -$ (1.1) funksiyasının uyğun olaraq suboptimist və subpessimist qiymətləridir.

$k^o, k^p -$ suboptimist və subpessimist həllərin tapılması üçün uyğun olaraq yarıya bölmələrin sayı.

$$b^o_{orta} = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}(\overline{b}_i - b_i^o)\right), \quad b^p_{orta} = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}(\overline{b}_i - b_i^p)\right) -$$

optimist və pessimist həllərə görə (1.2) sistemində $\overline{b}_i\,(i = \overline{1,m})$ sağ tərəflərinin orta azalma vahidləridir. Burada

$$b_i^o = \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij} x_j^{so} \ , \quad b_i^p = \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j^{sp} \ .$$

Cədvəl 1. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 20 \times 100$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	42091.0	42962.0	43602.0	44655.0	41888.0
f^{sp}	21012.0	22266.0	24187.0	22840.0	21283.0
k^o	14	12	13	14	14
k^p	1	3	1	2	1
b^o_{orta}	903.600	833.150	1408.450	638.100	1036.600
b^p_{orta}	1879.300	1034.250	1411.350	1397.250	2071.250

Cədvəl 2. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 20 \times 200$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	89332.0	88755.0	87526.0	89188.0	89671.0
f^{sp}	47477.0	47422.0	46096.0	46870.0	47088.0
k^o	15	15	15	15	15

k^p	2	1	3	1	1
b^o_{orta}	1070.200	981.350	1240.0	960.100	1070.150
b^p_{orta}	1193.500	1528.60	1720.850	1379.100	1111.90

Cədvəl 3. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 20 \times 500$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	224308.0	222605.0	224433.0	223302.0	224440.0
f^{sp}	119135.0	118851.0	121815.0	116398.0	119422.0
k^o	16	16	16	16	16
k^p	4	2	1	3	1
b^o_{orta}	1529.60	1788.150	1226.350	1032.650	1064.250
b^p_{orta}	1595.00	2668.50	1773.500	1919.150	1604.450

Cədvəl 4. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 20 \times 1000$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	455720.0	451110.0	453407.0	447375.0	450612.0
f^{sp}	244641.0	243293.0	243823.0	237969.0	241341.0
k^o	17	17	17	17	17
k^p	1	2	1	3	1
b^o_{orta}	2092.950	1109.900	1101.450	1342.850	1317.550
b^p_{orta}	2420.00	2453.950	2704.500	1580.250	3372.500

Cədvəl 5. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 50 \times 100$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	44048.0	43396.0	41768.0	43211.0	45177.0
f^{sp}	23691.0	22498.0	22368.0	22608.0	23134.0
k^o	14	14	14	14	14
k^p	3	2	1	1	1
b^o_{orta}	1214.10	1291.660	1429.260	1670.720	1225.10
b^p_{orta}	1866.66	1610.460	1677.060	2191.840	1797.16

Cədvəl 6. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 50 \times 200$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	85098.0	87676.0	87001.0	89071.0	88089.0
f^{sp}	44913.0	45963.00	45718.0	48366.0	47450.0
k^o	15	15	15	15	15
k^p	1	4	1	2	1
b^o_{orta}	1781.40	1986.50	1558.040	2010.120	1734.50
b^p_{orta}	2285.96	2601.28	2045.680	2019.820	2443.980

Cədvəl 7. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma ($m \times n = 50 \times 500$)

N	1	2	3	4	5
f^{so}	219777.0	223988.0	221356.0	225094.0	223174.0
f^{sp}	117102.0	118245.0	118189.0	120712.0	118566.0
k^o	16	16	16	16	16
k^p	2	2	1	1	1

b^o_{orta}	2370.520	2535.180	3006.340	3073.940	2772.800
b^p_{orta}	3099.540	3951.040	3496.60	3465.600	3779.380

Cədvəl 8. Suboptimist, subpessimist qiymətləri və orta azalma $(\boldsymbol{m \times n = 50 \times 1000})$

N	1	2	3	4	5
f^{so}	452581.0	443942.0	459597.0	443416.0	451671.0
f^{sp}	242307.0	2676.680	244630.0	234466.0	239738.0
k^o	17	17	17	17	17
k^p	3	1	1	1	2
b^o_{orta}	2753.140	2676.680	4512.840	4041.520	3020.480
b^p_{orta}	4405.560	4116.480	5147.020	5651.680	4454.180

5. Nəticə. Cədvəllərdə verilmiş hesablama eksperimentlərinin nəticələrindən görünür ki, həll olunmuş 40 dənə təsadüfi məsələlərə görə suboptimist və subpessimist qiymətlər ciddi fərqlənirlər. Bu isə, məqalədə baxılmış riyazi modelin reallığa uyğun olduğunu bir daha təsdiq edir. Bundan əlavə, qurulmuş suboptimist və subpessimist həllərə görə (1.2) sisteminin sağ tərəflərində ilkin verilmiş $\overline{b_i}$ $(i = \overline{1,m})$ ədədləri, uyğun olaraq orta hesabla suboptimist həll üçün 632-4518 və subpessimist həll üçün isə 1034-5651 vahid azalmışdır. Bu isə ayrılmış vəsaitlərdən daha az istifadə etməklə eyni həllin alınmasını göstərir.

Ədəbiyyat

1. Libura M. Integer programming problems with inexact objective function // Contr. And Cybern. 1980, Vol.9, N 4, pp.189-202.
2. Леонтьев В.К., Мамутов К.Х. Устойчивость решений в задачах линейного булева программирования // ЖВМ и МФ. 1988, Т. 28, N 10, с.1475-1481.
3. Рощин В.А., Семенова Н.В., Сергиенко И.В. Вопросы решения и исследования одного класса задач неточного целочисленного программирования // Кибернетика. 1989, N 2, с.42-47.
4. Рощин В.А., Семенова Н.В., Сергиенко И.В. Декомпозиционный подход к решению некоторых задач целочисленного программирования с неточными данными // ЖВМ и МФ. 1990, Т. 30, N 5, с.786-791.
5. Emelichev V.A., Krichko V.N., Podkopaev D.P., On the radius of stability of a vector problem of linear Boolean programming, Discrete Math. Appl.10, 2000, pp.103-108.
6. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A. *L*-class enumeration algorithms for knapsack problem with interval data // International Conference on Operations Research: Book of Abstracts. – Duisburg, 2001, p.118.
7. Девятерикова М.В., Колоколов А.А. Алгоритмы перебора *L*- классов для задачи о рюкзаке с интервальными данными. // Препринт. – Омск: ОмГУ, 2001, с.20.
8. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A., Kolosov A.P. *L*- class enumeration algorithms for one discrete production planning problem with interval input data // Computers and Operations Research, Volume 36, İssue 2, February 2009, c.316-324.
9. Məmmədov K.Ş., Hüseynov S.Y. Qeyri-səlis çanta məsələsinin bir həll üsulu.”İnformasiyalaşdırma, Kibernetika və İnformasiya texnologiyalarının müasir problemləri”. Respublika elmi konfransının materialları. Bakı, 2003, III cild, s.10-13.
10. Мамедов К.Ш., Мамедова А.Г. Методы построения субоптимистического и субпессимистического решений задачи булевого программирования с целочисленными интервальными данными// Вестник Современной Науки.- Волгоград. 2015, N 2, с.6-19.
11. Мамедов К.Ш., Мамедова А.Г. Понятия субоптимистического и субпессимистического решений и построения их в интервальной задаче булевого программирования// Радиоэлектоника, Информатика, Управление. 2016, N 3, с.99-108.

Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVII, No.3, 2017
www.icp.az/2017/3-04.pdf

A.H. Mammadova

On one method for constructing sub-pessimistic and suboptimistic solutions in an integer programming with interval data

One algorithm is developed for constructing a suboptimistic and sub-pessimistic solutions to the integer programming problem with interval initial data. This algorithm is based on some economic interpretation of the problem under investigation. The algorithm is programmed and a number of computational experiments are performed on various high-dimensional problems.

Keywords: integer programming problem with interval data, optimistic, pessimistic, suboptimistic and sub-pessimistic solutions, computational experiments

УДК 519.852.6

А.Г. Мамедова

Один метод построения субоптимистических и субпессимистических решений для задачи целочисленного программирования с интервальными данными

Разработан один алгоритм для построения субоптимистического и субпессимистического решения в задаче целочисленного программирования с интервальными исходными данными. Этот алгоритм основан на некоторой экономической интерпретации рассмотренной задачи. Алгоритм запрограммирован и проведен ряд вычислительных экспериментов над различными задачами большой размерности.

Ключевые слова: задача целочисленного программирования с интервальными данными, оптимистические, пессимистические, субоптимистические и субпессимистические решения, вычислительные эксперименты

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 31.11.2016