Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVII, No.3, 2017
www.icp.az/2017/3-05.pdf

UOT 004.716; 004.712

Z.Z. QAZİYEV

MİKROKREDİTLƏRİN VERİLMƏSİ ZAMANI YARANA BİLƏCƏK RİSKLƏRİN QİYMƏTLƏNDİRİLMƏSİNDƏ OPTİMALLAŞDIRMA ÜSULLARI

Azərbaycanın kreditverən təşkilatlarında maliyyə portfelləri üzrə mikrokreditlərin verilməsi zamanı yarana biləcək risklərin qiymətləndirilməsi üçün optimallaşdırma üsulları tədqiq edilmişdir. İnvestorun mümkün qədər az riskə malik olması və mümkün qədər çox gəlir əldə etmək istəyi riyazi model üzrə göstərilmişdir.

Açar sözlər: mikrokredit, mikromaliyyə

1. Giriş. Azərbaycan iqtisadiyyatının davamlı inkişafı, eləcə də, Azərbaycanda investisiya mühitinin getdikcə yaxşılaşması onun maliyyə bazarının da inkişaf perspektivlərini müəyyən edir. Ona görə də, Azərbaycanda maliyyə bazarının inkişaf prespektivlərinin elmi cəhətdən tədqiqi, bu sahədə mövcud iqtisadi-riyazi modellərin öyrənilməsi və yeni modellərin yaradılması vacib məsələlərdən biridir.

Müxtəlif təbiətli qeyri-müəyyənlikdən asılı olaraq, müəyyən spesifik xüsusiyyətlərə malik risklərin kəmiyyətcə və keyfiyyətcə dəyərləndirilməsi, qəbul edilən qərarlara onların təsirinin azaldılması məqsədilə idarə olunma mexanizminin tədqiq edilməsi və yeni idarəetmə mexanizmlərinin işlənib hazırlanması aktual məsələlərdir.

Riskin idarə edilməsisinin vahid universal bir üsülu olmaması bu məsələnin həllinə iqtisadi, hüquqi, riyazi və kompüter elmlərinin kompleks tətbiqini şərtləndirir, bu problemin gələcəkdə də tədqiqatçıların və sərmayədarların (investorların) diqqət mərkəzində olması üçün zəmin yaradır.

Aydındır ki, maliyyə bazarı və maliyyə portfelinin risklər nöqteyi-nəzərindən öyrənilməsi və bu əsasda modellərin qurulması üçün özül rolunu iqtisadi-riyazi modelləşdirmə, dinamik proqramlaşdırma məsələləri, ekstremal məsələlər nəzəriyyəsi, qərar qəbuletmə məsələləri, çoxkriteriyalı məsələlər və s. oynayır.

2. Məsələnin qoyuluşu. Əsas məqsəd qiymətli kağızlar portfelinin qeyri-sistematik riskinin azaldılmasıdır. Bu məqsədə nail olmaq üçün bir-biri ilə əlaqəli aşağıdakı məsələlərin həlli qarşıya qoyulmuşdur:

- ✓ Bir portfelli modellərdə riskin minimallaşdırılması üsullarının tədqiqi;
- ✓ Bank kredit risklərinin qiymətləndirilməsinin tədqiqi;
- ✓ Qiymətli kağızlar portfelinin riskinin minimumlaşdırılması üsullarının müəyyənləşdirilməsi;
- ✓ Faydalılıq funksiyası əsasında optimal portfelin formalaşdırılması məsələsi;
- ✓ Çox portfelli modellərdə ümümi riskin minimallaşdırılması üsullarının tədqiqi.

3. Həll üsulları. Məqalənin əsas elmi yeniliklərini aşağıdakılar təşkil edir.

Klassik Markoviç portfel məsələsinin diskret modeli tədqiq edilmiş, risk funksiyasının portfelə ayrılan kapitaldan asılı olduğu halda məsələnin həll alqoritmi verilmişdir;

Minimal riskli bir parametrli çox portfelli modeldə risk funksiyasının portfellərə ayrılan kapital miqdarından asılı olan halında portfellər arasında ümumi kapitalın optimal paylanması məsələsi həll edilmişdir.

Minimal riskli çox portfelli iki parametrli model araşdırılaraq risk funksiyasının bəzi sinifləri üçün məsələnin bir parametrli optimallaşdırma məsələsinə gətirilməsi proseduru verilmişdir.

Qiymətli kağızların portfelini "gəlirlik-risk" aspektində xarakterizə edən və investorun riskə münasibətini nəzərə alan faydalılıq funksiyası qurulmuş və bu funksiyaya maksimal qiymət verən portfel strukturunun tapılması məsələsi həll edilmişdir.

Bir portfelli modellərdə optimallaşdırma üsulları. Burada bir portfelli modellərdə risk anlayışı, onun ölçülməsi üsulları, kvadratik risk göstəricilərinin xəttləşdirilməsi, Markoviçin I və II məsələləri, effektiv maliyyə bazarında birportfelli model tədqiq olunmuşdur.

Kvadratik risk göstəricilərinin xəttləşdirilməsi ilə optimal portfel modeli qurulmuşdur. Belə ki, optimal portfel məsələlərində risk göstəricisi əsasən kvadratik verilir. Bu halda *C* kovariasiya matrisi simmetrik olacaqdır [1, s.91]:

$$V_p = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_i x_j \tag{3.1}$$

Burada V_p – portfelin riski, x_i – i-ci aktivin ($i = \overline{1,n}$) portfelində payı, c_{ij} – isə i-ci aktivlə j-cu aktivin ($i,j = \overline{1,n}$) kovariasiya əmsalıdır.

Müəyyən çevrilmələr aparmaqla (3.1) xəttləşdirilərək (3.2) düsturu alınmışdır [1, s.93]:

$$V_p = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{3.2}$$

Optimal qiymətli kağızlar portfelinin effektivliyini sabit saxlayaraq, riskinin minimallaşdırılması və ya riskini sabit saxlayaraq, effektivliyinin maksimallaşdırılması modeli $\sum_{ij} x_i = 1$ və $x_i \geq 0$ şərti daxilində aşağıdakı şəkildə olacaqdır [1, s.94]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to min \\ \sum_{i=1}^{n} m_i x_i = m_p \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = min \\ x \geq 0 \end{cases} \quad və\ ya \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} m_i x_i \to \max \\ \sum_{i=1}^{n} c_i x_i = r_p \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \end{cases} \tag{3.3}$$

Bank kredit risklərinin qiymətləndirilməsi məsələsi. Burada kredit riskinin mahiyyəti aydınlaşdırılmış və bu riskin qiymətləndirilməsi üçün iki model təklif olunmuşdur: alman modeli və Çessarinin ssudalara nəzarət modeli.

Alman modelində müflisləşmə riskinin səviyyəsi qiymətləndirilir. Bu zaman qəbul olunur.

$$Z = 1,2x_1 + 1,4x_2 + 3,3x_3 + 0,6x_4 + 0,999x_5$$

burada;

Z – müflislik səviyyəsi göstəricisi;

x_1 – xalis dövriyyə aktivlərinin (cari aktivlər) ilə cari öhdəliklərin bütün aktivlərə nisbəti;

x_2 – bölüşdürülməmiş mənfəətin bütün aktivlərə nisbəti;

x_3 – faiz və vergi öncəsi gəlirin, bütün aktivlərə nisbəti;

x_4 – kapitalın bazar qiymətinin, öhdəlik qiymətinə nisbəti;

x_5 – satışdan daxil olan vəsaitin, bütün aktivlərə nisbətidir.

Z-in qiymətindən asılı olaraq müəssisənin müflislik ehtimalı qiymətləndirilir. Əgər nəticələrə görə $Z \leq 1,8$ olarsa, müflislik ehtimalı çox yüksək;

$1,81 \leq Z \leq 2,7$ olarsa, yüksək;

$2,71 \leq Z \leq 2,9$ olarsa, mümkün;

$Z \geq 3$ olarsa, müflislik ehtimalı çox kiçik kimi qiymətləndirilir.

Çessarinin ssudalara nəzarət modeli aşağıdakı şəkildədir [2, s.189]:

$$P = Exp\ (y) / (1+exp\ (y)) \tag{3.4}$$

Burada;

$$y = -204 - 5{,}24\, x_1 + 0{,}005\, x_2 - 6{,}65\, x_3 + 4{,}4\, x_4 - 0{,}07\, x_5 - 0{,}1\, x_6$$

x_1 –ən kiçik aktivlərə nisbəti;
x_2 –satışda mədaxilin, likvid aktivlərə nisbəti;
x_3 –məcmu gəlirin, ümumi aktivlərə nisbəti;
x_4 –cari öhdəliklərin, cari aktivlərə nisbəti;
x_5 –əks kapitalın cəmi aktivlərə nisbəti;
x_6 – dövriyyə aktivlərinin satışdan mədaxilə nisbəti;
y – inteqral göstəricisi;
p – müqavilə şərtlərinin yerinə yetirilmə ehtimalıdır.

Əgər $p>0{,}50$ olarsa, müvafiq olaraq borc alan böyük ehtimalla müqavilə şərtlərini yerinə yetirməyəcəkdir, əgər $p<=0{,}50$ olarsa, borc alan etibarlı müştəri hesab olunur.

Qiymətli kağızlar portfelinin riskinin minimumlaşdırılması üsullarının müəyyənləşdirilməsi. Markoviçin I məsələsinə görə qiymətli kağızlar portfelində gəlirliliyi sabit saxlamaqla onun riskinin minimallaşdırılması modeli aşağıdakı şəkildədir [3, s.172, 174]:

$$V_p = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to min, \tag{3.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i m_i = m_p, \tag{3.6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \tag{3.7}$$

$$x_i \geq 0 \quad i = \overline{1,n}. \tag{3.8}$$

burada, V_p portfelin riski, x_i – i-ci aktivin ($i = \overline{1,n}$) portfeldə payı, c_{ij} – isə i-ci aktivlə j-cu aktivin ($i,j = \overline{1,n}$) kovariasiya əmsalı, m_i i-ci aktivin ($i = \overline{1,n}$) gəlirliyidir.

Müəyyən işarələmələr aparmaqla, aşağıdakı vektor formalı model alınır [3, s.175]:

$$XCX \to \min, \tag{3.9}$$

$$X = m_p, \tag{3.10}$$

$$IX = 1. \tag{3.11}$$

Bu məsələnin optimal $X^* = (X_1^*, X_2^* \ldots, X_n^*)$ həlli Laqranj vuruqları üsulu ilə tapılır. Bundan sonra portfelin V_p^* optimal riski $V_p^* = X^* C X^*$ düsturundan tapılır.

Daha sonra Markoviçin II məsələsini baxılmışdır. Burada portfelin riski sabit saxlamaqla, gəlirliyi maksimallaşdırılır [3, s.172]:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i X_i \to \max \tag{3.12}$$

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ij} X_i X_j = r_p \tag{3.13}$$

$$\sum_{i=1} X_i = 1 \tag{3.14}$$

$$X_i \geq 0, i = \overline{1,n} \tag{3.15}$$

Burada da uyğun işarəmələr aparmaqla (3.12)-(3.15) modelinin aşağıdakı matris formasını alacağıq:

$$MX \to max,$$

$$XCX = r_p,$$

$$IX = 1.$$

Bu məsələnin həlli də Markoviçin I məsələsinin həllinə analoji olaraq aparılır və $X^* = (X_1^*, X_2^* \ldots., X_n^*)$ optimal həlli və buna uyğun $m_p^* = MX^*$ həlli tapılır.

Faydalılıq funksiyası əsasında optimal portfelin formalaşdırılması məsələsi. İnvestorun mümkün qədər az riskə malik olması və mümkün qədər çox gəlir əldə etmək istəyi riyazi olaraq aşağıdakı iki meyarlı optimallaşdırma məsələsi kimi ifadə ediləcək [3, s.338, 339]:

$$R(X) \to min, \tag{3.16}$$

$$G(X) \to max, \tag{3.17}$$

$$IX = I, \tag{3.18}$$

$$X \geq 0. \tag{3.19}$$

Burada: $X = (x_1, x_2, \ldots.., x_n)$ – aktivlərin portfeldə payını göstərən vektor, *R(X)* – risk göstəricisi, *G(X)* – gəlirlilik göstəricisi, *I =(1,1......1)* və (3.18) şərti vahid kapitalın portfelə ayrılan hissələrin cəminin həmin vahid kapitala bərabər olması şərtidir. Bu ikimeyarlı məsələ optimallaşdırma nəzəriyyəsində isbat edilmiş məlum teoremə görə bir meyarlı məsələyə gətirilir. Bu halda investor üçün gəlirlilik və riskin vaciblik dərəcələri nəzərə alınır. Lanqranj vuruqları üsulu ilə optimal həllər üçün aşkar düsturlar alınır.

Effektiv maliyyə bazarında bir portfelli model öyrənilmişdir.

Tutaq ki, hər *i*-ci investor özünün K_i^0 kapitalının x_{io} hissəsini risksiz qiymətli kağızlara, x_{ij}^0 hissəsini isə *j*-ci *(j=1,n)* növ riskli kağızlara investisiya edir. Əgər *j*-ci növ riskli kağızın ümumi dəyəri d_j isə, onda [3, s.173]:

$$K_i^0 = x_{io} + \sum_{j=1}^{n} x_{ij} d_j$$

olacaqdır.

Effektiv maliyyə bazarında riskli kağızların dəyəri d_o üçün aşağıdakı düsturu alırıq [4, s.453]:

$$d_o = \frac{1}{1 + r_o}\left(M\,[d^1] - \frac{2D[d^1]}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{N} R_i^{-1}}\right)$$

Burada *r* – faiz əmsalı, *M [d] – d*-nin riyazi gözləməsi, *D [d]* – isə *d*-nin dispersiyasıdır.

Buradan *i* – ci qiymətli kağızın "ədalətli" qiyməti üçün [1, s.453]:

$$d_i^o = \frac{1}{1 + r_o}\left(M\,[d_i^1] - \frac{2\mathrm{cov}\left[d_j^i d^1\right]}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{N} R_i^{-1}}\right)$$

münasibətini alırıq.

Beləliklə, tarazlıq halında qiymətlər "ədalətli" olduğundan, bazarda arbitaj imkanları aradan qalxmış olur.

Çox portfelli modellərdə risklərin minimallaşdırılması. Fərz edək ki, m sayda portfeli təşkil etmək planlaşdırılır. Hər bir portfel müəyyən növdə və sayda qiymətli kağızlardan təşkil edilməlidir. Hər bir *i*-ci protfelin risk göstəricisi R_i həmin portfel üçün ayrılan x_i kapitalının miqdarından asılıdır. Bu asılılığı $R_i(x_i)$, $(i = \overline{1,m})$-lə işarə edək. Ümumi kapitalın miqdarı *K*-dır. *K* kapitalını elə bölmək lazımdır ki, portfelin ümumi riski minimum olsun. Yəni, aşağıdakı modeli alırıq [4, s.425, 427]:

$$\sum_{i=1}^{m} R_i(x_i) \to min,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = K,$$

$$x_i \geq 0 \quad i = i, m$$

Bu məsələ dinamik proqramlaşdırma üsulu ilə həll edilir. Məsələnin həllində R.Bellanın təklif etdiyi rekurrent tənliklərdən istifadə olunaraq [4, s.430]:

$$x_i^* = \overline{x_i}\left(K_1 - \sum_{j=1}^{i-1} x_j^*\right), \quad i = 2,3,\dots..m$$

tapılır.

Sonda belə bir nəticəyə gəlirik: ən sadə minimal riskli çoxportfelli modellərdə portfellərin ümumi riski portfellər üçün ayrılan ümumi *K* kapitalından qeyri-xətti şəkildə, optimal həll isə xətti şəkildə asılıdır.

Portfellərin risklərinin investisiyanın həcmindən xətti asılı olduğu hal tədqiq olunmuşdur. Tutaq ki, hər bir *i*-ci portfelin $R_i(x_i)$, $(i = \overline{1,m})$ risk göstəricisi x_i kapitalının həcmindən xətti asılıdır [4, s.431]:

$$Ri\,(x_i) = a_i\,x_i + b_i \quad i = 1,2,\dots\dots.m$$

onda *m* sayda portfelin ümumi riski aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$\sum_{i=1}^{m} R_i(x_i) = \sum_{i=1}^{m} a_i(x_i) + \sum_{i=1}^{m} b_i \geq a\sum_{i=1}^{m} x_i + \sum_{i=1}^{m} b_i$$

Burada $a = \min(a_1, a_2, \dots..a_m)$.

Rekurrent tənliklər üsulundan istifadı etməklə,

$$x_i^* = \begin{cases} K \text{ əgər } i = l \\ 0 \text{ əks halda} \end{cases}$$

alırıq.

Buradan ümumi risk:

$$R_{min} = R_1(x_1^*) = a_1K^* + b_1$$

düsturu ilə ifadə olunacaq.

Portfellərin risklərinin investisiyanın həcmindən kvadratik asılı olduğu hal öyrənilmişdir. Tutaq ki, *i*-ci portfelin riski ona qoyulan kapitalın həcmindən aşağıdakı şəkildə asılıdır [4, s.432-435]:

$$Ri\,(x_i) = a_i\,x_i^2 + b_ix + c_i \quad (\,i = \overline{1,m})$$

Bu halda da rekurrent tənliklər üsulundan istifadə edərək x_i^* üçün aşağıdakı bərabərliyi alırıq:

$$x_i^* = \begin{cases} K \text{ əgər } i = l \\ 0 \text{ əks halda} \end{cases}$$

Portfelin ümumi riski isə [4, s.439]:

$$R_{min} = a_1K^2 + b_1K + c_1$$

düsturu ilə hesablanır.

Riskin minimallaşdırılması məsələsi təqdim olunur. Fərz olunur ki, maliyyə bazarında mövcud olan müəyyən sayda qiymətli kağızlardan m sayda portfel təşkil etmək tələb olunur. Bu zaman aşağıdakı şərtlərin ödənildiyini qəbul edək:

Maliyyə bazarındakı qiymətli kağızlar *n* sayda qruplara bölünmüşdür.

Hər bir *i*-ci portfel bu qruplardan yalnız birindən təşkil edilə bilər.

Hər bir *j*-ci qrup kağızların *i*-ci portfelə daxil edilməsi müəyyən bir risklə bağlıdır və bu risk portfelə ayrılan x_{ij} kapital (sərmayə) miqdarından asılı olmaqla $Ri(x_{ij})$ funksiyaların hər bir *i*, *j* indeksləri üçün sonlu qiymətlər ala bilən funksiyadır.

Təşkil edilən portfellərin ümumi riski *m* sayda portfelin riskləri cəmindən ibarətdir.

Bütün portfellərin təşkil edilməsinə yatırılacaq sərmayə miqdarı məhduddur və *K*-ya bərabərdir.

Bu halda portfellərin ümumi riskin minimallaşdırılması ilə bağlı model aşağıdakı şəkildə olacaqdır [4, s.440]:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}R_{ij}(x_{ij}) \to min,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{ij} \to K,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1,$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}).$$

Burada a_{ij}-lər aşağıdakı şəkildə təyin edilir.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, əgər\ i - ci\ portfel\ j - ci\ qrup\ qiymətli\ kağızlardan\ təşkil\ edilərsə \\ o\ əks\ halda \end{cases}$$

Prinsipcə bu məsələnin həlli n^m sayda məsələnin həll edilməsi ilə tapıla bilər. Ayrılıqda həll ediləcək məsələlər kapitalın optimal bölgüsü məsələsi olduğundan belə tam seçmə üsulu hesablama mürəkkəbliyi ilə müşayiət olunacaqdır. Buna görə də məsələnin daha az sayda seçmə tələb edən üsulların tətbiq edilməsi ilə həlli zərurəti meydana çıxır.

Bunun üçün bir sıra ardıcıl olaraq çevrilmələrdən sonra bu məsələni daha sadə struktura malik aşağıdakı birparametrli məsələyə gətirmişik [8, s.161-163; 9, s.27-30]:

$$\sum_{i=1}^{m} P_i(Y_i) \to min,$$

$$\sum_{i=1}^{m} Y_i = K,$$

$$Y_i \geq 0 \quad i = \overline{1,m}.$$

Burada:

$$P_i(Y_i) = \min_{j=\overline{1,n}}\{R_{ij}(Y_i)\} \qquad (i = \overline{1,m})$$

4. Nəticə. Məqalə bir neçə aspektdən praktiki əhəmiyyətə malikdir. Belə ki, işdə alınmış elmi praktiki nəticələr yenicə təşəkkül tapmağa başlamış Azərbaycanın qiymətli kağızlar bazarında portfel formalaşdırmaq istəyən şirkətlərin, bank olmayan kredit təşkilatların, korporasiyaların, bankların və digər qurumların maliyyə menecerləri üçün, eləcə də çoxlu sayda portfel yaratmaq istəyən müştərək şirkətlər üçün tövsiyə edilə bilər.

Ədəbiyyat

1. Р.И. Назари, К.С. Мамедов Решение одной задачи минимизации риска в многопортфельной модели. Молодой ученый, ежемесячный научный журнал, №12 (23), Том I, с.90-94, 2010.
2. N. Markwitz. (1952, March). Portfolio selection.
3. N. Markwitz. (1959). Portfolio selection, Effective variation of investments. New York: Villy Press.
4. V.F.Sharp. (1969, September). The value of investment, the market theory of equilibrium in risk conditions, Finance magazine, volume 19, pp.425-442.
5. A.S.RS. (1976). The theory of value investment transaction, Economy theory magazine, Volume 13, pp.341-360.
6. A.N.Shiryaoo. (1998). The finance framework of random mathematics, p.1017.

7. Емеличев В.А., Кузьмин К.Г. О радиусе устойчивости эффективного решения векторной задачи целочисленного линейного программирования в метрике Гёльдера // Кибернетика и системный анализ. 2006, № 4, с.175–181.
8. Емеличев В.А., Коротков В.В., Кузьмин К.Г. Многокритериальная инвестиционная задача в условиях неопределенности и риска // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011, № 6, с.157–164.
9. Емеличев В.А., Коротков В.В. Постоптимальный анализ векторной инвестиционной задачи с максиминными критериями Вальда // Дискретный анализ и исследование операций. 2012, Т. 19, № 6, с.23–36.

Z.Z. Gaziyev

Optimization methods for risk assessment in microcredit granting

Optimization methods for assessing the potential risks of granting microcredits on financial portfolios in credit institutions of Azerbaijan are investigated. The mathematical model shows the minimum possible value of investor's risk and investor's desire to get the maximum possible profit.

Keywords: microcredit, microfinance

UOT 004.716; 004.712

З.З. Газиев

Оптимизационные методы в оценке создаваемых рисков при выдаче микрокредитов

Обследованы оптимизационные методы для оценки создаваемых рисков при выдаче микрокредитов по финансовым портфелям в кредитных организациях Азербайджана. Математической моделью показано, по возможности, малое значение риска инвестора и его желание получить, по возможности, большую прибыль.

Ключевые слова: микрокредит, микрофинансы

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
Təqdim olunub 29.11.2016