

UOT 504.062

Ə.B. SADIQOV, R.Ə. HƏSƏNOV

MADDƏ KÜTLƏSİNİN SAXLANMASI QANUNU ƏSASINDA SU HÖVZƏLƏRİNDƏ ÇİRKİLMƏLƏRİN YAYILMASI MODELİ

Su mühitində çirklənmə mənbələrindən zərərli maddələrin yayılması modelinin maddə kütləsinin saxlanması qanunu əsasında qurulması məsələsinə baxılır. Bu modellər əsasında qarışıqın qatılığının dəyişməsinə analitik şəkildə hesablamaq, onun təhlükəlilik dərəcəsini təyin etmək mümkündür. Başlanğıc zamanı və yeri naməlum olan mənbələrdən su hövzələrinə miqrasiya edən çirkləndirici maddələrin hərəkət dinamikasının tədqiqinə xüsusi əhəmiyyət verilir.

Açar sözlər: su mühiti, maddələrin yayılması, su hövzələrinə miqrasiya, qarışıqın qatılığını hesablamaq, ekosisteminin cari vəziyyəti

1. Giriş. Müasir dövrdə böyük tutuma malik təbii və süni su hövzələrindən rəşional istifadə olunması böyük aktualıq kəşb etməkdədir. Su hövzəsi regionunda ekoloji tarazlıqın qorunması, su hövzəsinin cari ekoloji durumunun operativ monitorinqi və gələcək vəziyyətinin əvvəlcədən proqnozlaşdırılması kənd təsərrüfatı məhsullarının davamlı istehsalını şərtləndirən əsas amillərdən biridir. Bunun üçün baxılan obyektlərin su mühitində maddələrin kütlə mübadiləsi proseslərinin öyrənilməsinin nəzəri üsullarının işlənilməsi çox böyük praktiki əhəmiyyət kəşb edir. Lakin bu proseslərin istənilən zaman bölümləri üçün fəza məkanında dəqiq riyazi modellərinin yaradılması, mövcud riyazi modellər əsasında yaranmış məsələlərin analitik üsullarla həlli böyük riyazi çətinliklərlə bağlıdır [1-3]. Klassik üsullardan istifadə etməklə yaradılan riyazi modellər çox mürəkkəbdir və onların hətta konkret obyektlər üçün ədədi üsulların köməyi ilə alınmış həlləri də praktiki istifadə üçün əlverişli deyildir. Ona görə də su hövzələrində hidrofiziki sahələrin dəyişməsinin nəzəri üsullarla yeni tədqiqat metodikasının işlənilməsi [4, 5] hidrologiyanın, ekologiyanın, hidrogeologiyanın, ixtiologiyanın və ümumən biologiyanın bir sıra məsələlərinin həllinə təkən verə bilər.

2. Məsələnin qoyuluşu. Qərarlaşmamış konvektiv diffuziya tənliyini aşağıdakı ümumi şəkildə yazmaqla bilərəm [1,4]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + L(C) = Q \quad (2.1)$$

Burada $L(C) = L_C(C) - L_D(C) + \mu C = \text{div}(C\vec{V}) - D\Delta C + \mu C$ ikinci tərtib konvektiv diffuziya mübadiləsi operatorudur.

μC – maddənin su ilə qarşılıqlı təsirini xarakterizə edən həddir;

$\mu \geq 0$ – maddənin parçalanması əmsəlidir;

$Q = Q(x, y, z, t)$ – konsentrasional (qatılıqlı) maddənin mənbə funksiyasıdır;

D – diffuziya əmsəlidir, \vec{V} – su axınının sürət vektorudur;

$L_C(C) = \text{div}(C\vec{V})$ – konvektiv mübadilə operatoru, $L_D(C) = -D\Delta C$ – diffuziya mübadilə operatorudur.

Kiçik dərinlikli (dayaz) su hövzələri üçün dərinlik üzrə qarışıqın ortalaşmış qiymətini (inteqral xarakteristikasını) götürmək olar. Çirklənmə mənbəyi olduqda qeyri-konservativ qarışıqın yayılma tənliyi

$$C(x, y, t) = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\xi} C dz, \quad -h \leq z \leq \xi$$

burada: z – dərinlik, ξ – suyun səthi, h – su hövzəsinin dərinliyidir.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(UC)}{\partial x} + \frac{\partial(VC)}{\partial y} \right) - D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \mu C = Q \quad \text{kimi olar.} \quad (2.2)$$

Burada U və V sürət vektorunun x və y istiqamətləri üzrə proyeksiyalarıdır $U = \vec{V}_x$, $V = \vec{V}_y$.

Su hövzəsinin sərhədini S ilə işarə edək. Fərz edək ki, sərhədin S_1 – hissəsində hövzəyə su daxil olur, S_2 – hissəsində hövzədən su nəql olunur, S_0 – hissəsi isə sukeçirməzdir. S_0 – hissəsində axmazlıq şərti:

$$\left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{S_0} = 0$$

şəklində verilir. S_1 hissəsində su hövzəsinə daxil olan suyun miqdarı Q_1 olarsa,

$$\left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{S_1} = Q_1$$

kimi yazmaq olar. V_n – normal istiqamətdə axındır. Su hövzəsindən kənara çıxan axının miqdarı Q_2 olarsa, bu hissədə III növ sərhəd şərti yazılmalıdır:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C}{\partial n} + \frac{Q_2}{D} C \right)_{S_2} &= 0, \\ Q_2 &= \begin{cases} V_n, & V_n \geq 0 \\ 0, & V_n < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.3)$$

axının xarici normal istiqamətindəki sürətidir.

Bu şərtlərə $C(x, y, 0) = C(x, y)$ başlanğıc şərti də əlavə olunmalıdır.

Dərin su hövzələrində dərinliyə görə çəkinin (ağırlıq qüvvəsinin ρz) dəyişməsinin nəzərə alınması zəruridir. Bu tip su hövzələri stratifikasiyalı su hövzələri adlanır.

Üçölçülü hidrotermodinamika tənliklərini ən ümumi halda yazaq. Su ekologiyası məsələlərində ən çox istifadə olunan, bir çox modellər üçün başlanğıc kimi qəbul edilən su hövzələrinin hidrotermodinamikası məsələsinin fəzada (üçölçülü halda) qoyuluşuna baxaq.

Daha aşkar və sadə formada olması üçün tənlikləri və sərhəd şərtlərini dekart koordinat sistemində yazaq. Göl və ya buxta tipli su hövzələri üçün Yerin sferikliyi amilini nəzərə almayacağıq. Sferiklik amili okean tipli su hövzələrində global sirkulyasiyanı modelləşdirdikdə mütləq nəzərə alınmalıdır.

Hidrodinamikanın tənliklər sistemini Bussineks yaxınlaşmalarını, suyun sıxılmayan mühit olmasını, makroturbulent özlülük və diffuziya amillərini suyun dəyişən sıxlıqlı halı üçün nəzərə almaqla aşağıdakı şəkildə yazıla bilər [1, 5]:

$U = \vec{V}_x$, $V = \vec{V}_y$, $W = \vec{V}_z$ olduqda hərəkət tənlikləri:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} - l v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} - l u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right)$$

Statika tənliyi (stratifikasiya şərti)

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho_1 g \quad (2.5)$$

Kəsilməzlik və sıxılmazlıq tənliyi:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

İstilik və duz mübadiləsi tənlikləri:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(v_1 \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_1 \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} + V \frac{\partial S}{\partial y} + W \frac{\partial S}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(v_1 \frac{\partial S}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1 \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_1 \frac{\partial S}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (2.6)$$

Mühitin hal tənliyi

$$p = a_{1k}T + a_{2k}S + a_{3k}T^2 + a_{5k}TS + a_{4k}S^2 + \dots$$

Sonuncu ifadədə a_{ik} əmsalları dərinlikdən asılı olan funksiyalardır və məsələn, ən kiçik kvadratlar üsulu ilə hesablanı bilər. Praktiki məsələlərin həllində bu ifadədə ilk üç həddi saxlamaq kifayətdir.

Baxılan tənliklər (2.3)-(2.6) sistemində yeddi məchul kəmiyyət var: U, V, W – axın sürətinin OX, OY, OZ oxları üzrə proyeksiyaları, p – təzyiq, $\rho = \rho_0 + \rho(x, y, z, t)$ – sıxlıq, $T(x, y, z, t)$ – temperatur, $S(x, y, z, t)$ – duzluluqdur. Fərz edək ki, tədqiqat oblası qapalı su hövzəsidir. $z = 0$ səthi sərbəst qəbul olunur. Su hövzəsinin dibini $H = H(x, y)$ funksiyası ilə təsvir edək. Onda baxılan sistemə aşağıdakı şərtləri də əlavə etmək lazımdır.

Suyun səthində: $z = -\xi_1(x, y, t)$ olduqda, $P = P_0 = const$, P_0 – atmosfer təzyiqidir.

$$\rho_0 v \frac{\partial U}{\partial z} = \tau_x; \quad \rho_0 v \frac{\partial V}{\partial z} = \tau_y;$$

Suyun dibində: $Z = H(x, y)$ olduqda, $U = V = W = 0$ (yapışma şərtləri);

$$\omega = - \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + v \frac{\partial \xi_1}{\partial y} \right); \quad T|_{\xi_1} = T_0(x, y, t), \quad S_{\xi_1} = S_0(x, y, t),$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial S}{\partial n} = 0,$$

üfüqi istiqamətlərdə XOZ müstəvisində isə $V = W = 0$, $Q' = Q'_1 = 0$ olur.

3. Məsələnin həlli: Bu tip məsələləri həll etmək üçün U, V, T, S funksiyalarının başlanğıc qiymətlərinin verilməsi lazımdır:

$$\left. \begin{aligned}U(x, y, z, 0) &= U_0(x, y, z) \\ V(x, y, z, 0) &= V_0(x, y, z) \\ T(x, y, z, 0) &= T_0(x, y, z) \\ S(x, y, z, 0) &= S_0(x, y, z)\end{aligned} \right\} (x, y, z) \in G, t = 0$$

Yerdə qalan üç başlanğıc şərtlər aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$W(x, y, z, 0) = W_0(x, y, z)$$

$$P(x, y, z, 0) = P_0(x, y, z)$$

$$\rho(x, y, z, 0) = \rho_0(x, y, z)$$

Bir sıra riyazi çevirmələrdən sonra baxılan sistemi aşağıdakı sistemə gətirə bilərik:

$$\frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + U \frac{\partial \Phi}{\partial x} + V \frac{\partial \Phi}{\partial y} + W \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

burada $\Phi = U + V + S + T$ işarə olunub.

$$\frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Delta \Phi + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) +$$

$$+ \frac{\partial \mu_1}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mu_1}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial z} \right)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = -l \cdot \Phi_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$\Phi_1 = U - V$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$p = a_T T + a_S S + P_1 T S$$

Bu sistemə uyğun olaraq sərhəd və başlanğıc şərtləri də dəyişməlidir. Göründüyü kimi baxılan sistem güclü qeyri-xəttiliyə malikdir. Onun dəqiq analitik həlli hələlik mümkün deyil. Ona görə də baxılan məsələnin fiziki mahiyyətinə uyğun məqsədyönlü sadələşdirmələrdən sonra təqribi – analitik üsullarla və ya ədədi üsulların (sonlu elementlər üsulu və s.) köməyi ilə konkret hallar üçün həll oluna bilər.

Yan sərhədlərində sərhəd şərti: maye hissədə sürət komponentləri $U, V = 0$, bərk hissədə $-U = V = 0$ (yapışma şərti). Suyun sərbəst səthində küləyin toxunan istiqamətdə sürtünmə qüvvəsinin komponentlərindən [3-5] mənbələrində göstərilən kimi istifadə etməklə

$$\rho_0 V \frac{\partial U}{\partial z} = -\tau_x; \quad \rho_0 V \frac{\partial V}{\partial z} = -\tau_y;$$

olduğunu alırıq. Burada $\tau_x; \tau_y$ – küləyin toxunma sürtünməsi qüvvəsinin toplananlarıdır. ρ_0 – suyun normal şəraitdə sıxlığıdır.

4. Nəticə. Az dərinlikli su hövzələri üçün baxılan model bir az da sadələşdirilə bilər. Bu modelin böyük uzunluqlu (və ya enli) az dərinlikli su hövzələri üçün təkmilləşdirilmiş ikiölçülü fəza hidrodinamik modeli adlandırılabilir. Təklif olunan modeldə su hövzəsi dibinin relyefi, dib səthinə toxunma və dalğa təsiri, Koriolis qüvvəsi, suyun buxarlanması və yağıntının düşməsi nəzərə alınır. Bütün tənliklər şaquli koordinat üzrə ortalaşdırıldıqda alınan yeni model müəyyən sadələşdirmələr olunmaqla, ANSYS tətbiqi proqramlar paketinin köməyiylə Azov dənizi, Fin körfəzi, Ağ dəniz, Xəzər dənizinin şimal hissəsi və s. kimi qismən və ya qapalı su hövzələri üçün tətbiq olunmuşdur [1, 4]. Təqdim olunan məqalədə bir sıra parametrlərin daha geniş oblastda dəyişmələri nəzərə alınmaqla məsələnin qoyuluşu göstərilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И. Математические модели в задачах охраны окружающей среды. Новосибирск. Наука, 1997 г, 240 с.
2. Гасанов А.Б. Реакция механических систем на нестационарные внешние воздействия. Баку, ЭЛМ, 2004 г, 247 с.
3. Мамедов Р.М. Изменчивость гидрофизических полей и распространение загрязнителей в Каспийском море. Баку, ЕЛМ, 2000 г, 184 с.
4. Сборник. Математические модели контроля загрязнения воды. М.: Мир, 1981 г, 472 с.
5. Пряжинская В.Г. Математическое моделирование в управлении водными ресурсами. М., Наука, 1990 г, 198 с.

A.B. Sadigov, R.A. Hasanov

A model of pattern of pollution in water basins based on the mass conservation law

The issue of building a model of the pattern of harmful substances from pollution sources spreading into the surrounding aquatic environment based on the mass conservation law is considered. On the basis of these models, it is possible to calculate analytically the change in the concentration of the mixture and determine the degree of the danger it presents. Of particular importance is the study of the dynamics of movement of pollutants that migrate from sources of an unknown start location and time.

Keywords: aquatic environment, spreading of substances, migration to water basins, calculation of mixture concentration, current state of the ecosystem

УДК 504.062

А.Б. Садыгов, Р.А. Гасанов

**Модель распределения загрязнений в водных бассейнах на основании закона сохранения массы
вещества**

Рассматривается вопрос построения модели распространения вредных веществ из источников загрязнения в окружающую водную среду на основании закона сохранения массы вещества. На основе этих моделей можно в аналитическом виде вычислить изменение концентрации смеси и определить степень ее опасности. Особое значение придается исследованию динамики движения загрязняющих веществ, которые мигрируют из источников с неизвестным местом и начальным временем.

Ключевые слова: водная среда, распространение веществ, миграция в водные бассейны, вычисление концентрации смеси, текущее состояние экосистемы

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 04.12.2018